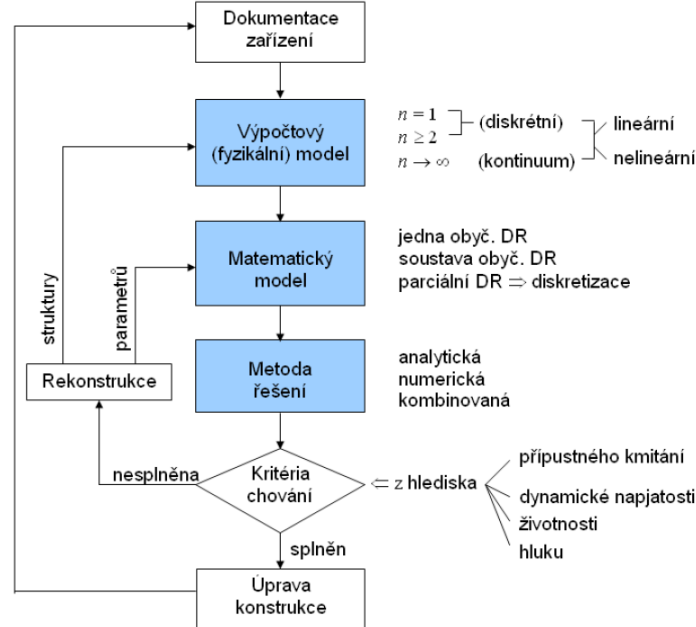


# Otázky a odpovědi k zápočtovému testu z KME/UMM

1. Jaké negativní účinky má kmitavý pohyb technického zařízení?

- snížení životnosti,
- vyzářování hluku,
- nepříjemné účinky na člověka v dopravním prostředku,
- příčina havárií spojených např. se zřícením stavebních konstrukcí.

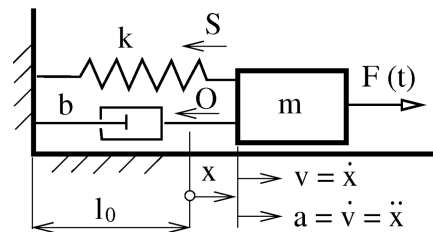
2. Uveďte ve formě vývojového diagramu postupy počítačového modelování v dynamice.



3. Nakreslete základní výpočtový model silově buzené soustavy s jedním stupněm volnosti a uveďte parametry, kterými je definován (včetně jednotek).

$$m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = F(t), \text{ kde}$$

- $m$ .....hmotnost [kg],
- $x$ .....poloha [m],
- $v = \dot{x}$  ..... rychlost [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ],
- $a = \ddot{x}$  ..... zrychlení [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ],
- $k$ .....tuhost pružiny [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ],
- $b$ .....tlumení [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$ ],
- $S = kx$ .....elastická síla [N],
- $O = b \dot{x}$  .....tlumící síla [N],
- $F(t)$ .....budící síla [N].

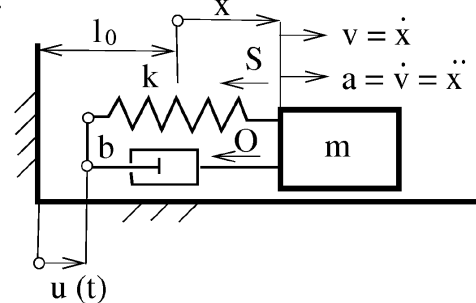


4. Nakreslete základní výpočtový model kinematicky buzené soustavy s jedním stupněm volnosti a uveďte parametry, kterými je definován (včetně jednotek).

a)  $m \ddot{x} + b \dot{x} + kx = ku(t) + b \dot{u}(t)$ , kde

- $m$ .....hmotnost [kg],
- $x$ .....poloha [m],
- $v = \dot{x}$  ..... rychlost [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ],
- $a = \ddot{x}$  ..... zrychlení [ $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ],
- $k$ .....tuhost pružiny [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ],
- $b$ .....tlumení [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$ ],
- $S = k(x - u(t))$  .....elastická síla [N],
- $O = b(\dot{x} - \dot{u}(t))$  .....tlumící síla [N],

b)  $m \ddot{y} + b \dot{y} + ky = -m \ddot{u}(t)$ , kde  
 $y = x - u(t)$ .



5. Napište pohybovou rovnici tělesa vázaného pružinou k rámu a vysvětlete význam použitých veličin (včetně jednotek).

$$ma = -kx, \text{ kde}$$

$m$ .....hmotnost [kg],

$a$ .....zrychlení [ $m \cdot s^{-2}$ ]

$S = kx$ .....síla přenášená pružinou [N],

$k$ .....tuhost pružiny [ $N \cdot m^{-1}$ ],

$x$ .....diference [m],

6. Uveďte větu o změně kinetické energie a vysvětlete význam veličin.

$$E_k - E_{k0} = W, \text{ kde}$$

$E_k$ .....energie v obecné poloze,

$E_{k0}$ .....energie ve výchozí poloze,

$W$ .....práce všech sil,

$$m g (h + y_{max}) - \frac{1}{2} k y_{max}^2 = 0, \text{ kde}$$

$m g (h + y_{max})$  ....práce vlastní tíhy,

$\frac{1}{2} k y_{max}^2$  .....práce pružiny.

7. Uveďte matematický model hmotného bodu uloženého na pružinách v rotujícím prostoru v maticovém tvaru. Pojmenujte jednotlivé matice a vektory.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \omega \mathbf{G} \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{K}_d) \mathbf{q} = \mathbf{0}, \text{ kde}$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & -2m \\ 2m & 0 \end{bmatrix}, \quad (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{K}_d) = \begin{bmatrix} k_x - \omega^2 m & 0 \\ 0 & k_y - \omega^2 m \end{bmatrix},$$

$\mathbf{q}$ .....vektor souřadnic (poloha),

$\mathbf{M}$ .....matice hmotnosti,

$\mathbf{G}$ .....antisymetrická matice gyroskopických účinků,

$\mathbf{K}$ .....matice tuhosti.

8. Pohybová rovnice Lavalova rotoru v kolmém směru  $y$  na osu rotoru má tvar

$$m \ddot{y}_H + k y_H = m e \omega^2 \cos \omega t.$$

Vysvětlete význam všech veličin a uveďte jejich jednotky.

$Y_H$ .....ypsilonová souřadnice středu hřídele  $H$  [m],

$m$ .....hmotnost kotouče [kg],

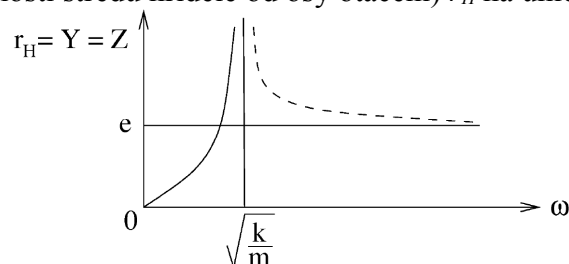
$k$ .....příčná tuhost hřídele [ $N \cdot m^{-1}$ ],

$e$ .....excentricita [],

$\omega = konst.$ ...úhlová rychlost [ $rad \cdot s^{-1}$ ].

9. Vysvětlete význam amplitudové charakteristiky výchylky středu hřídele v kolmém směru na osu otáčení pro Lavalův rotor.

- je to závislost (vzdálenosti středu hřídele od osy otáčení)  $r_H$  na úhlové rychlosti  $\omega$ :



- tato charakteristika znázorňuje růst vzdálenosti od osy otáčení při zvyšování úhlové rychlosti až ke kritické hodnotě  $\omega_{krit}$ , která znázorňuje, při jakých otáčkách se hřídel zničí.

10. Vysvětlete význam kritické úhlové rychlosti a kritických otáček Lavalova rotoru.

(pro  $Y = Z \rightarrow \infty$ )

- kritická úhlová rychlost:  $\omega_{krit} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,

- kritické otáčky:  $n_{krit} = \frac{30}{\pi} \omega_{krit}$ ,

... při této úhlové rychlosti (otáčkách... tj. počet otáček za minutu při  $\omega_{krit}$ ) se hřídel snaží prodloužit (ohybem) na délku  $\rightarrow \infty$  (zničí se).

11. Vysvětlete pojmy „kinematická analýza“ a „dynamická analýza“ mechanického systému a uveďte příklad dynamické analýzy v technických aplikacích.

- kinematická analýza: řeší pohyb mechanické soustavy bez ohledu na působící síly

- dynamická analýza: řeší pohyb soustavy jako důsledek působících sil

- např.: dynamická analýzy trolejbusu ŠKODA 21Tr; dynamická analýza nákladního železničního vagónu

12. Vysvětlete pojem „počet stupňů volnosti“ a uveďte kolik stupňů volnosti má volné těleso v prostoru a kolik stupňů volnosti má volné těleso v rovině.

- počet stupňů volnosti: počet nezávislých souřadnic, které jednoznačně určují polohu soustavy (společně se známými geometrickými parametry),  $n$ ,

- volné těleso v prostoru: 6 stupňů volnosti ( $x_A, y_A, z_A, \varphi_{B1}, \varphi_{B2}, \varphi_C$ ),

- volné těleso v rovině: 3 stupně volnosti ( $x_A, y_A, \varphi_B$ ).

13. Uveďte kolik stupňů volnosti má volné těleso v prostoru a kolik stupňů volnosti má volné těleso v rovině. Načrtněte obrázek s vyznačenými souřadnicemi, kterými je popsána poloha volného tělesa v rovině.

- volné těleso v prostoru má 6 stupňů volnosti:

Máme-li 3 body neležící na přímce (A, B, C), pevně zvolené v tělese, takové, že

- A je určen třemi souřadnicemi ... 3 stupně volnosti ( $x_A, y_A, z_A$ ),

- B má pevnou vzdálenost od bodu A, tudíž se může pohybovat pouze po kulové ploše ... 2 stupně volnosti ( $\varphi_{B1}, \varphi_{B2}$ ),

- C má pevné vzdálenosti od A i od B, proto se může pohybovat jen po kružnici... má pouze 1 stupeň volnosti ( $\varphi_C$ ).

- volné těleso v rovině:

Máme-li 2 body (A, B), pevně zvolené v tělese, takové, že

- A je určen dvěma souřadnicemi ... 2 stupně volnosti ( $x_A, y_A$ ),

- B má pevné vzdálenosti od A, proto se může pohybovat jen po kružnici... má pouze 1 stupeň volnosti ( $\varphi_B$ ).

14. Uveďte, co musí být splněno, aby bylo možné uvažovat v mechanice těleso jako tuhé. Jakými veličinami (včetně jednotek) je definováno tuhé těleso?

- působící síly nezpůsobí změnu jeho objemu ani tvaru, mění pouze jeho polohu a natočení,

- tuhá tělesa jsou definována svou:

- hmotností  $m$  [kg],

- polohou těžiště [m]

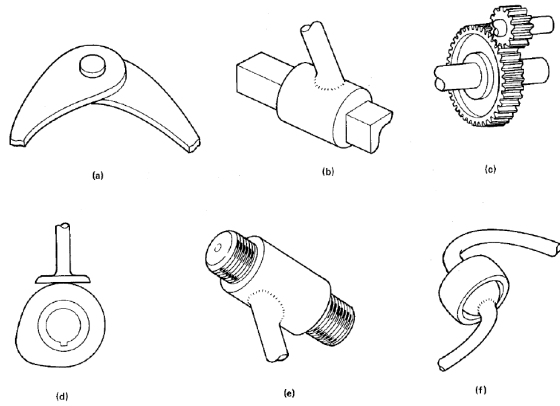
- maticí setrvačnosti [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ] v definovaném souřadnicovém systému (momenty setrvačnosti  $I_x, I_y, I_z$ , derivační momenty, ...).

15. Vysvětlete pojem „kinematická vazba“ a uveďte alespoň tři příklady kinematických vazeb včetně jednoduchých náčrtků.

- kinematická vazba: pohyblivé spojení mezi dvěma tělesy vymežující jejich relativní pohyb

- druhy kinematických vazeb:

- a) rotační,
- b) posuvná,
- c) zubová,
- d) obecná (vačka),
- e) šroubová,
- f) sférická.



16. Uveďte definiční vztah pro normálové napětí, vysvětlete význam použitých veličin a uveďte jejich jednotky.

- normálová složka napětí:  $\sigma = \frac{dN}{dA}$ , kde

$\sigma$ .....napětí [ $N \cdot m^{-2} = Pa$ ],

$dN$ .....diferenciál normálové složky síly (složka  $dF$ , kolmá na  $dA$ ) [N],

$dA$ .....diferenciál plochy [ $m^2$ ].

- jiný vztah:  $\sigma_n = \frac{F_n}{S} = \frac{F}{S} \cos \alpha$ , kde

$F_n$ .....normálová složka síly [N],

$S$ .....plocha [ $m^2$ ].

17. Uveďte vztah mezi napětím a deformací pro jedno-osou napjatost a vysvětlete použité veličiny.

- Hookeův zákon:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ , kde

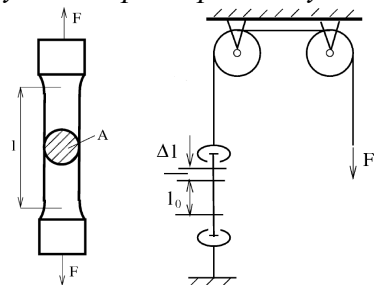
$\sigma$ .....napětí [Pa],

$E$ .....modul pružnosti v tahu (Youngův modul) [Pa],

$\varepsilon$ .....deformace [].

18. Nakreslete schéma popisující zkoušku materiálu tahem a vysvětlete princip zkoušky.

- zkoušený materiál se upne do čelistí trhacího stroje a následně je zatěžován na tah, dokud se neroztrhne
- pomocí této zkoušky zjišťujeme některé materiálové konstanty ( $\sigma_U$ ...mez úměrnosti,  $\sigma_E$ ...mez pružnosti,  $\sigma_k$ ...mez kluzu,  $\sigma_p$ ...mez pevnosti)
- slouží k určení charakteristiky



19. Vysvětlete jednotlivé veličiny v konstitutivním vztahu nosníku namáhaného tahovou silou  $N$  a momentem  $M$

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

$A = Ebh$  .....tuhost v tahu,

$D = \frac{1}{12} Ebh^3$  ...tuhost v ohybu,

$h$ .....výška tělesa,

$b$ .....hloubka tělesa,

( $l$ .....šířka tělesa,)

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$  .....deformace,

$\kappa = \frac{1}{R}$  .....ohyb, kde  $R$  je poloměr ohnutí.

20. Uvedte, co je to kompozitní materiál, a jmenujte alespoň dva příklady reálných kompozitních materiálů.

- skládá se ze dvou nebo více různých přírodních či umělých složek majících rozdílné mechanické (chemické) vlastnosti,
- např.: vepřovice (hlína + sláma), tkáň živočichů, pletivo rostlin, dřevovláknité desky (dřevotříska, sololit), překližky, pykrete, keramická matrice + kovová výztuž, uhlík-uhlík, uhlíková nanovlákná.

21. Uvedte, z jakých obecných složek se skládají kompozitní materiály, a stručně vysvětlete výhody této struktury.

- kompozitní materiály = matrice + výztuha (vlákna),
- výhody:
  - + nízká hmotnost
  - + vysoká tuhost a pevnost
  - + směrově orientované vlastnosti
  - + tepelná a chemická odolnost, ohnivzdornost
  - + nižší tepelná roztažnost
  - + elektrická a tepelná vodivost

22. Vysvětlete konstrukci laminátů a popište jejich výhody.

- laminát: slepením nebo svařením několika vrstev kompozitních materiálů spolu s lehkým jádrem
- výhody:
  - + velmi lehké
  - + vysoká ohybová pevnost a tuhost
  - + velmi dobrá tepelná izolace

23. Uvedte všechny materiálové konstanty, které je nutné znát pro formulaci vztahu mezi deformacemi a napětími u jednosměrného kompozitního materiálu při rovinné napjatosti.

- ( $\varepsilon_L$ .....deformace v podélném směru (longitudinal),
- $\varepsilon_T$ .....deformace v příčném směru (transverse),
- $\gamma_{LT}$ .....namáhání na smyk,
- $\sigma_L$ .....napětí v podélném směru,
- $\sigma_T$ .....napětí v příčném směru,
- $\sigma_{LT}$ .....napětí)
- $E_L$ .....modul pružnosti v podélném tahu,
- $E_T$ .....modul pružnosti v příčném tahu,
- $G_{LT}$ .....modul pružnosti ve smyku,
- $\nu_{LT}, \nu_{TL}$ ....tuhost (Poissonovy konstanty),

- maticově:

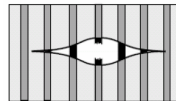
$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}$$

24. Vyjmenujte a stručně popište alespoň dva mechanismy porušení kompozitních materiálů.

- mechanismy porušení vláken:

- vláknové přemostění,
- ztráta adheze;

(vláknové přemostění)



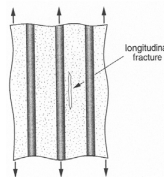
(ztráta adheze)



- mechanismy porušení matrice:

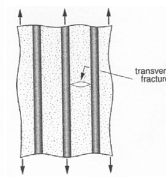
- podélná trhlina,
- příčná trhlina,
- ztráta adheze.

porušení matrice

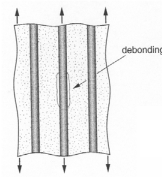


longitudinal fracture

ztráta adheze



transverse fracture



debonding

25. Uved'te, jaký význam má experimentální mechanika při řešení problémů mechaniky.

- řešení problému experimentálně:

- na skutečném díle,
- na modelu:
  - ze skutečného materiálu,
  - z modelovaného materiálu,

- pro výzkum,
- pro určení potřebných materiálových konstant a okrajových podmínek,
- k ověření výsledků numerického řešení metody.

26. Uved'te, jakou veličinu lze měřit tenzometrem, a stručně vysvětlete princip elektrické odporové tenzometrie.

- tenzometr: při změně délky tenzometru  $l$  o  $\Delta l$  se změni jeho odpor,
- nepřímá metoda, kdy poměrné prodloužení  $\varepsilon$  je měřeno pomocí poměrné změny elektrického odporu  $\frac{\Delta R}{R}$ ,

$F$ .....působící síla,

$R$ .....původní odpor tenzometru,

$\Delta R$ .....změna odporu tenzometru při změně jeho délky

$l$ .....délka tenzometru,

$\Delta l$ .....změna délky tenzometru,

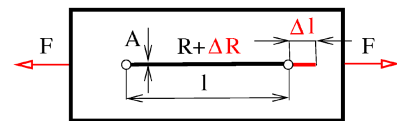
$A$ .....průřez tenzometru,

$\rho$ .....měrný odpor,

$\varepsilon$ .....poměrné prodloužení,

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad \frac{\Delta R}{R} = k \frac{\Delta l}{l}, \quad \text{kde } \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$$

$k$ .....deformační součinitel.



27. Uved'te, k čemu slouží akcelerometr, a stručně vysvětlete jeho princip.

- akcelerometr: funguje na principu piezoelektrického jevu
  - konstrukčně je známá hmota spojena s piezokeramickým materiálem, který je dále spojen s tělesem akcelerometru. Při pohybu snímače má hmota vlivem setrvačnosti snahu „zůstat na místě“ a dochází k tvorbě náboje
  - při znalosti  $F$  je možné ze vztahu  $F = ma$  vypočítat působící zrychlení.

28. Vysvětlete, jaký je vztah mechaniky a biomechaniky. Čím se biomechanika zabývá?

- mechanika: vědní obor, který se zabývá studiem mechanického pohybu objektů,
- biomechanika: využití poznatků, přístupů, metod a teorií mechaniky v biologii,
- biomechanické problémy:
  - poznávací,

- klinické,
- konstruktivní,
- interaktivní,
- sportovní,
- kriminalistické,
- biomateriálové.

29. *Do jakých skupin lze rozdělit klinické biomechanické problémy? Uveďte pro každou skupinu alespoň dva příklady konkrétních problémů.*

- biomechanické problémy:

- a) problémy implantační: klouby kyčelní, loketní, kolenní a ramenní; umělé cévní náhrady, zubní implantáty, vnitrodřevové hřeby, fixátory,
- b) problémy bezimpantační: v jednotlivých soustavách a orgánech lidského těla; svalově-kosterní, srdečně-cévní, močové ústrojí, vyměšovací ústrojí.

30. *Podrobněji charakterizujte biomechanické problémy sportovní, kriminalistické a biomateriálové.*

- sportovní: odezva organismu na sportovní výkon (tréninkové zatížení, rehabilitace);
- kriminalistické: komplexní vyšetřování stop, poranění;
- biomateriálové: vývoj a výroba biomateriálů (mechanické, bio-toleranční, tribologické, s tvarovou pamětí).

31. *Popište, jak může biomechanika přispět k řešení problémů s kloubními náhradami.*

- optimalizace polohy náhrady,
- optimalizace tvaru náhrady,
- interakce náhrady a lidského těla (biomedicína),
- posouzení výsledků léčby (z mechanického hlediska).

32. *Z pohledu mechaniky (ne anatomie) popište obecnou strukturu 3D modelu člověka na bázi tuhých těles a uveďte typické příklady využití tohoto typu modelů.*

- z hlediska mechaniky se jedná o vázaný mechanický systém,
- využívá poznatků o dynamice tuhých těles a kloubových spojení:
  - tuhé těleso: hmotnost, střed hmotnosti a matice setrvačnosti
  - kloubový prvek: sférický, posuvný, rotační, ...,
- realistický tvar, všechna tuhá tělesa spojena pomocí vazeb (kloubů) do globálního modelu, přidány vzájemné kontakty.

33. *Jaký je rozdíl a jaké jsou výhody deformovatelného modelu člověka ve srovnání s modelem člověka na bázi tuhých těles? Uveďte typické příklady využití deformovatelných modelů.*

(- deformovatelný model:

- tvrdé tkáně – kosti:
  - tuhá tělesa,
  - skořepinová kompakta (elastická) a 3D spongióza (neelastická pěna),

- měkké tkáně:

- nelineární viskoelastický materiál,
- hyperelastický materiál,
- elastický materiál,

- ligamenty – vázaný kontakt,

- vzájemné kontakty,

- předpětí svalů (aktivní model),

- tlak v cévách.)

- rozdíl: deformovatelný model má vlastnosti, které se více blíží ke skutečnosti než u modelu na

bázi tuhých těles.

- využití: ochrana chodců při srážce s automobilem nebo tramvají, popis nehody automobilu, ochrana řidiče a cestujících v tramvaji.

34. *Vysvětlete, co si představujete pod pojmem „validace modelu člověka“. Jaký je význam validace?*

- validace modelu: test, ze kterého získáme informace o chování skutečného člověka (nízká zátěž – dobrovolníci, vysoká zátěž – mrtvá těla, Kroellův test – impaktor dané hmotnosti a rychlosti (energie) naráží do dané oblasti lidského těla; měří se deformace, síla, ...),
- význam: určení, zda náš model správně popisuje chování člověka v dané situaci.

35. *Vysvětlete, co znamená škálování modelu člověka a jaký je význam škálování.*

- škálování: odvozování dalších modelů, z již validovaného, pouhou změnou antropometrických parametrů (globální rozměry a materiálové vlastnosti apod.),
- každý model je vytvořen pro určitou situaci a pro jinou nemusí být vhodný (může být pro danou situaci zbytečně složitý v jednom směru a v jiném nedostačující).

36. *Uveďte, na jaké dvě skupiny lze rozdělit tekutiny, a stručně popište charakteristické vlastnosti těchto dvou skupin.*

- tekutiny:

- kapaliny:

- vytvářejí kapky,
- samovolně nemění svůj objem, málo stlačitelné,
- při pohybu (proudění) proti němu kladou odpor... jsou vazké,

- plyny (páry):

- soudržnost mezi molekulami téměř nulová → molekuly plynu se snaží vyplnit prostor ... jsou rozpínavé,
- vzdálenost mezi molekulami plynů jsou velké oproti kapalinám ... jsou stlačitelné, málo vazké.

37. *Popište vlastnost tekutin označovanou jako viskozita. Vysvětlete jednotlivé veličiny (včetně jednotek) v Newtonově vztahu*

$$\tau = \eta \frac{du}{dy} .$$

$\tau$ .....tečné (smykové) napětí [Pa],

$\eta$ .....dynamická viskozita tekutiny [Pa·s  $\equiv$  kg·m<sup>-1</sup>·s<sup>-1</sup>],

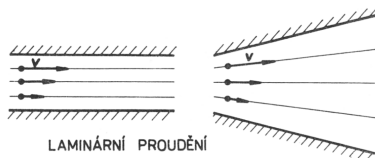
$\frac{du}{dy}$  .....gradient rychlosti [s<sup>-1</sup>] v kolmém směru na pohyb tekutiny,

- při pohybu (proudění) kapaliny se její částice („vrstvy“) po sobě posouvají, mezi těmito vrstvami působí smykové (třecí) síly vyvolané viskozitou (čím vyšší viskozita, tím vyšší odpor proti pohybu).

38. *Charakterizujte laminární a turbulentní proudění reálných tekutin a vytvořte náčrtek zobrazující tyto druhy proudění.*

- laminární proudění:

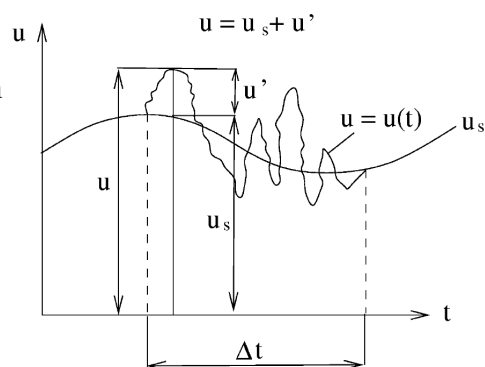
- částice tekutiny se pohybují po vrstvách (lamina – vrstva),
- nedochází k promíchávání sousedních vrstev tekutiny,





- turbulentní proudění:

- částice tekutiny mají kromě postupné rychlosti turbulentní (fluktuální) rychlost, jíž se přemisťují po průřezu – proudnice se promíchávají,
- objevuje se při vyšších rychlostech a u kapalin s menší přitažlivou silou mezi částicemi,
- rychlost jednotlivých částic kapaliny se nepravidelně mění, proto určujeme střední hodnotu rychlosti z hlediska času ( $u_s$ ):



39. Čím je charakterizována tzv. ideální kapalina? Jaký je rozdíl mezi reálnou a ideální kapalinou?

- ideální (dokonalá) tekutina:
  - nestlačitelná,
  - nevazká (bez vnitřního tření),
  - chápeme ji jako aproximaci reálné tekutiny,
- reálná (skutečná) tekutina:
  - stlačitelná,
  - vazká.

40. Pojmenujte všechny rovnice, které tvoří matematický model proudění reálných tekutin ve 3D.

- systém Navierových-Stokesových (NS) rovnic pro izotermické proudění nestlačitelné Newtonovy kapaliny:

- rovnice kontinuity: 
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

- pohybové Navierovy-Stokesovy rovnice:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\eta}{\rho} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

- rovnice pro rovinné proudění (matematický model nejjednoduššího laminárního proudění nestlačitelné Newtonovy kapaliny):

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{d^2 u}{dy^2} = konst. , \quad p = p(x)$$

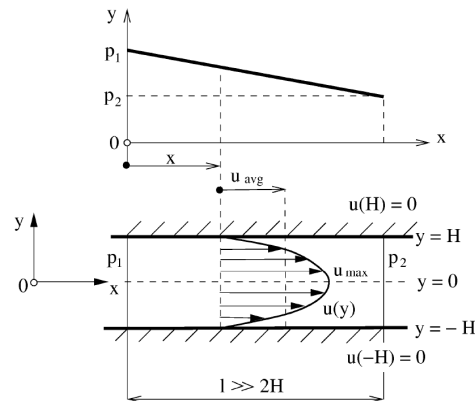
41. Jaké veličiny (včetně jednotek) popisují proudové pole? Do jakých skupin lze rozdělit proudění v závislosti na vývoji v čase a čím jsou tyto skupiny charakterizovány?

- závislost proudění na čase:
  - a) ustálené (stacionární) proudění: veličiny proudového pole se nemění s časem,
  - b) neustálené (nestacionární) proudění: veličiny proudového pole se mění s časem,
- veličiny proudového pole:
  - rychlost [ $m \cdot s^{-1}$ ],
  - tlak [Pa],

- hustota [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ],
- teplota [ $^{\circ}\text{C}$ ].

42. Načrtněte profil rychlostního pole rovinného ustáleného proudění mezi nekonečně širokými a nekonečně dlouhými rovnoběžnými deskami. V jakém místě je maximální rychlost kapaliny?

- maximální rychlost kapaliny je ve středu vzdálenosti mezi oběma deskami ( $y = H$ ).



43. Jaké přístupy se používají při popisu pohybu tekutiny? Stručně charakterizujte tyto přístupy.

- Langrangeův popis: sledujeme pohyb určité částice tekutiny (analogie k vyšetřování pohybu hmotného bodu v mechanice tuhých těles).
- Eulerův popis: sledujeme proudění tekutiny v určitém místě (např. změnu rychlosti a tlaku). Tímto místem protékají různé částice tekutiny, což vede ke složitějšímu vyjádření zrychlení částice tekutiny ve sledovaném místě. Tento přístup se v mechanice tekutin užívá častěji.

44. Charakterizujte jedno- a více-škálové problémy, popište základní rozdíl mezi nimi a uveďte příklad více-škálového problému.

- jedno-škálové problémy: model je možno zformulovat (a řešit) na „jedné škále“, tj. Jevy na řádově menších měřítkách nehrají roli a je možno je zanedbat. Tj. Jsou už dopředu „zprůměrovány“,
- více-škálové problémy: jevy na menších měřítkách jsou relevantní (např. předpovídání počasí).

45. Formulujte zákon zachování energie a popište, jak souvisí s perpetuum mobile.

$$\Delta E = \Delta E_M + \Delta E_{mic}, \text{ kde}$$

- $\Delta E$ .....změna celkové energie,
- $\Delta E_M$ .....změna mechanické energie,
- $\Delta E_{mic}$ .....změna energie na mikroskopických škálách,

- u perpetuum mobile (věčný pohyb) by vykonaná práce musela být vyšší než dodaná energie a počáteční energie.

46. Co se děje s energií v případech, kdy se mechanická energie evidentně nezachovává (například u nepružného rázu)? Uveďte další příklady takových procesů.

- úbytek mechanické energie kompenzován nárůstem energie na mikroskopických škálách (teplo),
- př.: - náraz auta do zdi,
- polohová energie se přemění na teplo (zvýšení teploty kapaliny)

