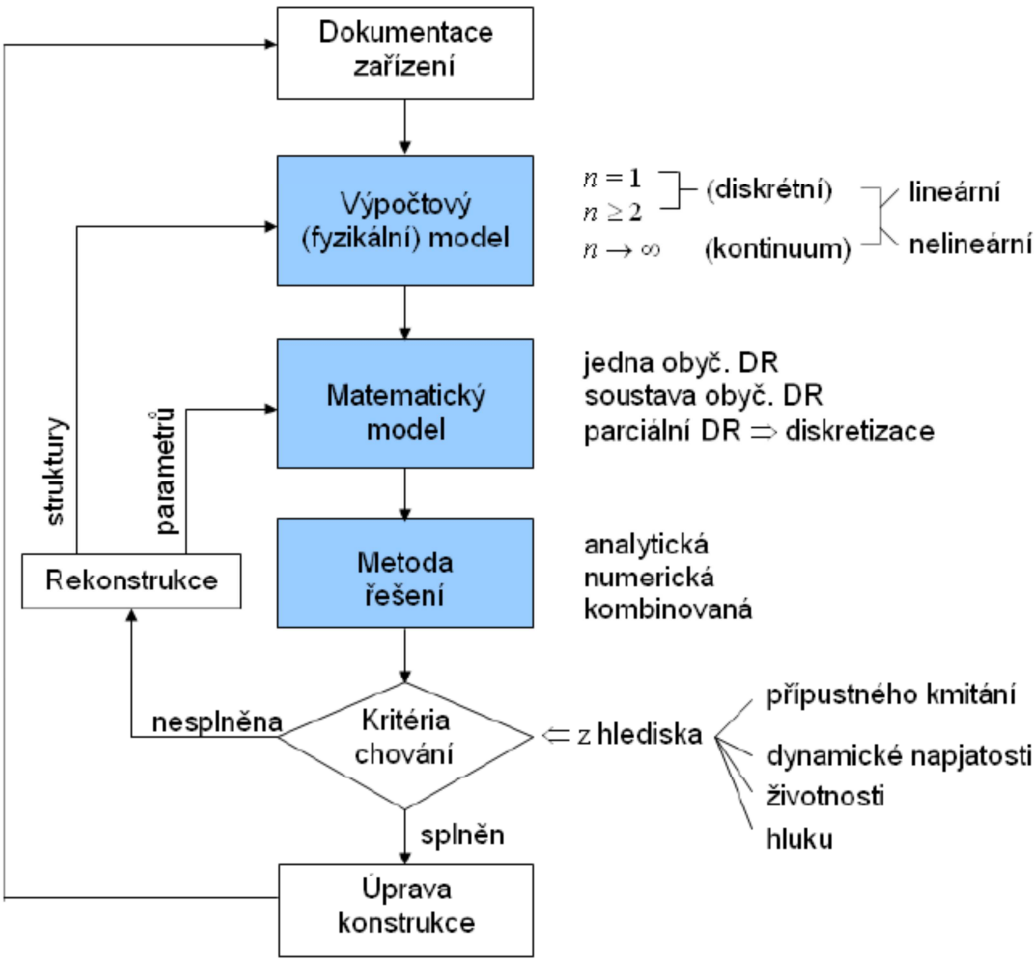
Otázky a odpovědi k zápočtu z KME/UMM

1. Jaké negativní účinky má kmitavý pohyb technického zařízení?

- Snížení životnosti
- Vyzařování hluku
- Nepříjemné účinky na člověka v dopravních prostředcích
- Příčina havárií spojených např. se zřícením stavebních konstrukcí

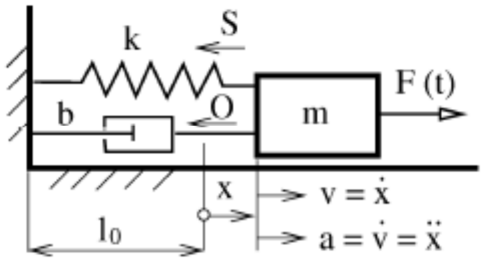
2. Uveďte ve formě vývojového diagramu postupy počítačového modelování v dynamice.

Zavádění nových výpočtových postupů a algoritmů umožňuje kmitání nejen analyzovat, ale též potlačovat v předvýrobních etapách.



3. Nakreslete základní výpočtový model silově buzené soustavy s jedním stupněm volnosti a uveďte parametry, kterými je definován (včetně jednotek).

$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F(t)$



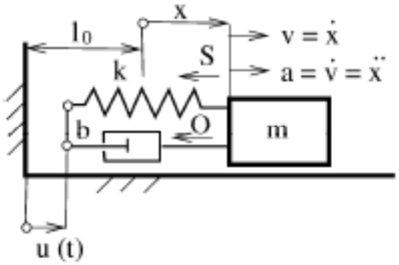
Př.: třesení automatické pračky

Cíle řešení: síla přenášená vazbou v čase R(t)

Parametry:	
F(t)	budoucí síla tahu [N]
m	hmotnost [kg]
l_0	volná délka pružiny [m] (délka kdy v pružině nepůsobí žádná síla)
x	poloha [m]
$v = \dot{x}$	rychlost [m·s^{-1}]
$a = \ddot{x}$	zrychlení [m·s^{-2}]
k	tuhost pružiny [N/m]
b	tlumení [N/m·s^{-1}]
S = kx	elastická síla v pružině [N]
$O = b\dot{x}$	tlumící síla [N]

4. Nakreslete základní výpočtový model kinematicky buzené soustavy s jedním stupněm volnosti a uveďte parametry, kterými je definován (včetně jednotek).

a) $m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = ku(t) + b\dot{u}(t)$
b) $m\ddot{y} + b\dot{y} + ky = -m\ddot{u}(t),\ kde\ y = x - u(t)$



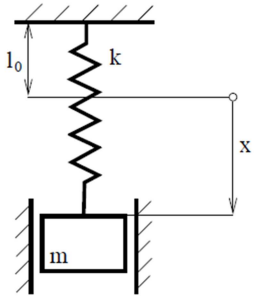
Př.: zemětřesení
Př.: kmitání betonového základů jaderného reaktoru
Př.: auto buzené zespoda vozovkou

Cíle řešení:
a) výchylka x(t), rychlost v(t), zrychlení absolutní pohyb tělesa a(t)
b) deformace vazby y(t), síla přinášená vazbou R(t)

Parametry:	
u(t)	výchylka závislá na čase [m] z nulové polohy posouvá připojení pružinky s tlumičem
m	hmotnost [kg]
l_0	volná délka pružiny [m] (délka kdy v pružině nepůsobí žádná síla)
x	poloha [m]
$v = \dot{x}$	rychlost [m·s^{-1}]
$a = \ddot{x}$	zrychlení [m·s^{-2}]
k	tuhost pružiny [N/m]
b	tlumení [N/m·s^{-1}]
S = k(x - u(t))	elastická síla v pružině [N]
$O = b(\dot{x} - \dot{u}(t))$	tlumící síla [N]

5. Napište pohybovou rovnici tělesa vázaného pružinou k rámu a vysvětlete význam použitých veličin (včetně jednotek).

$m\ddot{x} + kx = mg$



Parametry:	
m	hmotnost [kg]
k	tuhost pružiny [N/m]
x	poloha [m]
$\ddot{x}$	zrychlení [m·s^{-2}]
g	tíhové zrychlení [m·s^{-2}]

6. Uveďte větu o změně kinetické energie a vysvětlete význam veličin.

$E_k - E_{k0} = W$

- E_k = kinetická energie na konci děje
- E_{k0} = kinetická energie na počátku děje
- W = vykonaná práce
- Kinetická energie na konci děje – kinetická energie na počátku děje = vykonaná práce
- Prostředek, pomocí kterého se dá dopočítat nějaký stav dynamického systému
- Použitelné pro různé řešení pohybu (kolaps WTC po nárazu letadla)

7. Uveďte matematický model hmotného bodu uloženého na pružinách v rotujícím prostoru v maticovém tvaru. Pojmenujte jednotlivé matice a vektory.

$$\mathbf{q} = [x \;\; y]^T$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & -2m \\ 2m & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x - \omega^2 m & 0 \\ 0 & k_y - \omega^2 m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Matematický model v maticovém tvaru

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \omega\mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} + \left(\mathbf{K} - \omega^2\,\mathbf{K}_d\right)\mathbf{q} = \mathbf{0}$$

Parametry:

M	matice hmotnosti
G	matice gyroskopických účinků (asymetrická)
K	matice tuhosti
ω	úhlová rychlost
q	vektor výchylek (souřadnic)

8. Pohybová rovnice Lavalova rotoru v kolmém směru y na osu rotoru má tvar (viz. řešení). Vysvětlete význam všech veličin a uveďte jejich jednotky.

$$m\ddot{y}_H + ky_H = me\omega^2 \cos\omega t$$

Parametry:

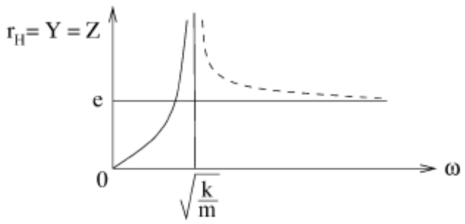
m	hmotnost [kg]
y_H	y-nová souřadnice hřídele [m]
k	příčná tuhost hřídele [N/m]
e = $\lvert SH \rvert$	excentricita [m] vzdálenost mezi těžištěm a středem hřídele
ω	úhlová rychlost [rad/s]
t	čas [s]

9. Vysvětlete význam amplitudové charakteristiky výchylky středu hřídele v kolmém směru na osu otáčení pro Lavalův rotor.

Lavalův rotor má vlastní frekvenci kmitání (dokonce 2). Když frekvence rotace dosáhne vlastní frekvence, dochází ke kmitání (rezonanci). Toto lze popsat amplitudovou charakteristikou.

Amplitudová charakteristika

- je to závislost r_H (vzdálenosti středu hřídele od osy otáčení) na úhlové rychlosti ω
- tato charakteristika znázorňuje růst vzdálenosti od osy otáčení při zvyšování úhlové rychlosti až ke kritické hodnotě ωkrit, která znázorňuje, při jakých otáčkách se hřídel zničí



Osa x – Frekvence rotace (úhlová rychlost)
Osa Y – Amplituda kmitání (maximální hodnota z harmonického kmitavého pohybu)

- Po vynesení frekvence rotace a amplitudového kmitání dostáváme amplitudovou charakteristiku, která se pro netlumený systém z nuly postupně zvětšuje
- V místě, v otáčkách, které se přesně rovnají vlastní frekvenci, nastává rezonance (dochází k velkému nárůstu kmitání)
- Jakmile se přejedou otáčky charakterizující vlastní frekvenci, kmitání jde dolů
- V tomto jednoduchém případě kdy neuvažujeme tlumení má graf pomyslnou jednu špičku
- V reálné aplikaci s tlumením by šel graf do nekonečna (špičku by nahradil oblouček)
- V reálných soustavách kde je nekonečně stupňů volnosti a více vlastních frekvencí, má graf více špiček, které přesně souvisí s vlastními frekvencemi (automatická pračka, auto, …)

Významy

- Při roztáčení turbíny do plného výkonu přejíždíme rezonanci (víme, v jakých otáčkám nastane) a musíme ji rychle přejet, aby nedošlo k rozkmitání a poškození turbíny
- Víme, pro jakou úhlovou rychlost se zvětši amplituda na maximum, tudíž víme při jaké úhlové rychlosti se součástka rozkmitá, tudíž hrozí její rozbití

10. Vysvětlete význam kritické úhlové rychlosti a kritických otáček Lavalova rotoru.

Pro $Y = Z \rightarrow \infty$

Kritická úhlová rychlost: $\omega_{krit} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ [rad / s]

Kritické otáčky: $n_{krit} = \frac{30}{\pi}\omega_{krit}$ [ot. / min]

Pokud se rotor přiblíží kritické úhlové rychlosti, tak se přibližuje amplituda k maximu, takže se hřídel čím dál tím více vychyluje ze své osy, což může mít za následek až zničení.

Kritické otáčky jsou vyjádřeny počtem otáček za minutu při kritické úhlové rychlosti, tudíž mají stejný význam jako má kritická úhlová rychlost.

11. Vysvětlete pojmy „kinematická analýza“ a „dynamická analýza“ mechanického systému a uveďte příklad dynamické analýzy v technických aplikacích.

Kinematická analýza

- Řeší pohyb mechanické soustavy bez ohledu na působící síly (definice z prezentace)
- Zabývá se pohybem za předpokladu, že nás nezajímá příčina pohybu (příčina pohybu je vždy síla)
- Př.: Předepíšeme někde pohyb a zajímá nás, jak se budou otáčet kola.

Dynamická analýza

- Řeší pohyb soustavy jako důsledek působících sil (definice z prezentace)
- Dynamika část mechaniky, která se zabývá pohybem různých systémů, které studujeme na základě toho, jaké na ně působí síly
- Spojení všeho: Síly a pohybu dohromady
- Př.: Když na něco působím silou (tlačení, hnací moment, motor), tak se snažím zjistit, jakým způsobem se pohybuje daný mechanický systém.

Příklad dynamické analýzy

Dynamická analýza trolejbusu ŠKODA 21Tr

- Vytvořen komplexní model složený z tuhých těles
- Celkový model složen z tzv. substruktur reflektujících jednotlivé konstrukční části trolejbusu

Vyšetřovány

- Vlastní frekvence a vlastní tvary trolejbusu
- Jízda přes definované nerovnosti
- Jízda do zatáčky s modelem řidiče
- Pomalý čelní náraz do překážky
- Brzdění a akcelerace

Dynamická analýza nákladního železničního vagonu

- Vytvořen komplexní model složený z tuhých těles
- Cílem bylo zejména detailní modelování listových pružin
    - Ocelové a kompozitové pružiny
    - Vytvořen detailní model pružiny
    - Vlastnosti modelu naladěny na základě experimentálních měření

Vyšetřována

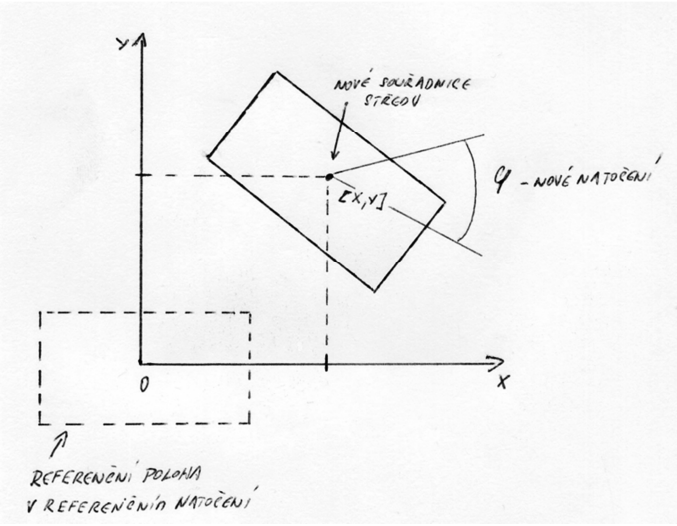
- Dynamická odezva při kinematickém buzení vagonu na hydraulických válcích
- Různé režimy zatěžování
- Srovnání s experimentálním měřením na zkušebně

12. Vysvětlete pojem „počet stupňů volnosti“ a uveďte kolik stupňů volnosti má volné těleso v prostoru a kolik stupňů volnosti má volné těleso v rovině.

- Počet stupňů volnosti: minimální počet nezávislých souřadnic, které postačují k jednoznačnému určení polohy systému
- Počet nezávislých souřadnic, které jednoznačné určují polohu soustavy (společně se známými geometrickými parametry), n (definice z prezentace)
- V mechanice se za stupně volnosti označují základní směry posunu a směry otáčení, kterými se bod nebo těleso může pohybovat a otáčet
- Obvykle se tyto směry kryjí se směry souřadného systému, kterými je pozice tohoto bodu popisována a směry otáčení kolem těchto os
- Volné těleso v rovině: 3 stupně volnosti (posun podél osy x, osy y a otočení kolem bodu)
- Volné těleso v prostoru: 6 stupňů volnosti (posun podél osy x, osy y, osy z a otočení kolem osy x, osy y, osy z)
- Bod v rovině: 2 stupně volnosti, bod v prostoru: 3 stupně volnosti (neuvažujeme natočení)

13. Uveďte kolik stupňů volnosti má volné těleso v prostoru a kolik stupňů volnosti má volné těleso v rovině. Načrtněte obrázek s vyznačenými souřadnicemi, kterými je popsána poloha volného tělesa v rovině.

- Volné těleso v rovině: 3 stupně volnosti (posun podél osy x, osy y a otočení kolem bodu)



- Volné těleso v prostoru: 6 stupňů volnosti (posun podél osy x, osy y, osy z a otočení kolem osy x, osy y, osy z)
- Bod v rovině: 2 stupně volnosti, bod v prostoru: 3 stupně volnosti (neuvažujeme natočení)

14. Uveďte, co musí být splněno, aby bylo možné uvažovat v mechanice těleso jako tuhé. Jakými veličinami (včetně jednotek) je definováno tuhé těleso?

- Tuhá tělesa – dva libovolné body tělesa nemění při pohybu svoji vzdálenost
- Působící síly nezpůsobí změnu jeho objemu ani tvaru, mění pouze jeho polohu a natočení (dochází k zanedbání všech deformačních účinků sil)
- Volné těleso má 6 stupňů volnosti v prostoru, 3 stupně volnosti v rovině

Tuhé těleso je definováno

- Hmotností m [kg]
- Polohou těžiště [m]
- Maticí setrvačnosti [kg·m^2] v definovaném souřadnicovém systému (momenty setrvačnosti Ix, Iy, Iz, deviační momenty …)

- Tyto parametry jsou nutné pro sestavení matematického modelu VMS
- Výpočet parametrů je prováděn pro reálné konstrukce pomocí speciálních programových prostředků

15. Vysvětlete pojem „kinematická vazba“ a uveďte alespoň tři příklady kinematických vazeb včetně jednoduchých náčrtků.

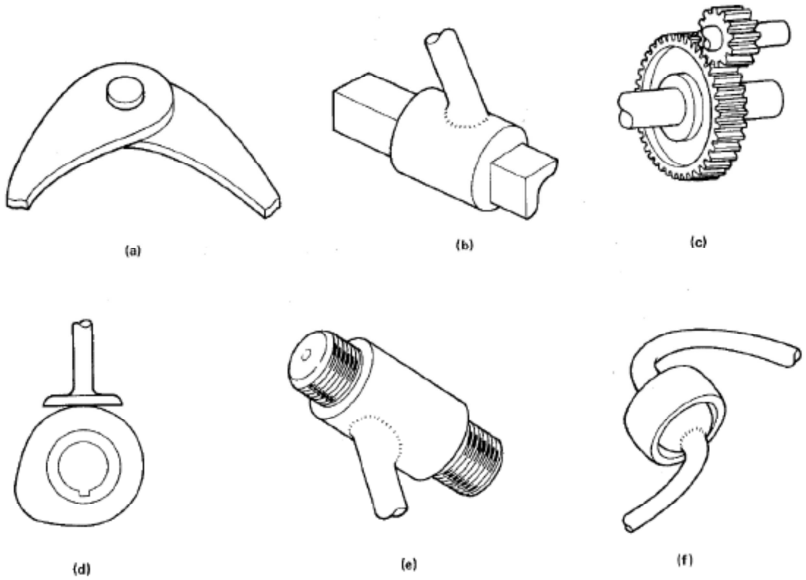
Kinematická vazba

- Pohyblivé spojení mezi dvěma tělesy vymezující jejich relativní pohyb
- Přesně definovaný vztah mezi dvěma tělesy (např. mezi tělesem a rámem)

Příklady kinematických vazeb

- Například u člověka se loket a koleno modeluje jako rotační kloub, rameno a kyčel jako sférický kloub, …

(a) Rotační
(b) Posuvná
(c) Zubová
(d) Obecná (vačka)
(e) Šroubová
(f) Sférická



16. Uveďte definiční vztah pro normálové napětí, vysvětlete význam použitých veličin a uveďte jejich jednotky.

Normálové napětí

V libovolném příčném řezu tělesa vzniká stav napjatosti, který charakterizujeme normálovým napětím.

$$\sigma = \frac{dN}{dA}\ [Nm^{-2} = Pa]$$

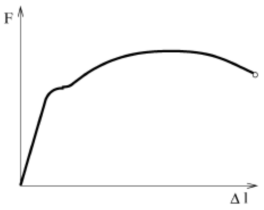
Parametry:

σ	normálové napětí [Nm^{-2} = Pa]
dN	diferenciál normálové složky síly [N]
dA	diferenciál plochy [m^2]

17. Uveďte vztah mezi napětím a deformací pro jednoosou napjatost a vysvětlete použité veličiny.

Hookeův zákon

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$



Parametry:

σ	napětí [Pa]
E	modul pružnosti v tahu [Pa] (Youngův modul)
ε	poměrné prodloužení (deformace) [ ]

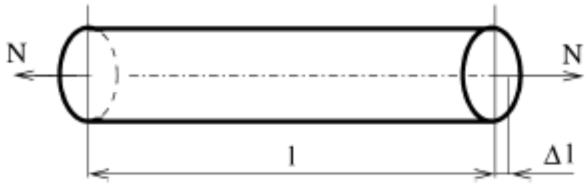
Hookeův zákon pro smyk

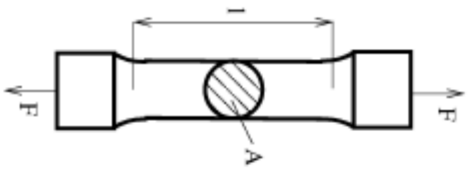
$$\tau = G \cdot \gamma$$

Parametry:

τ	napětí [Pa]
G	modul pružnosti ve smyku [Pa]
γ	zkos (úhel smyku) [°]

18. Nakreslete schéma popisující zkoušku materiálu tahem a vysvětlete princip zkoušky.





- Slouží ke zjištění pevnosti v tahu a k určení hodnoty epsilon (poměrného prodloužení)
- Jestliže nakreslenou tyčku zatěžuji silou N na jejích koncích, tak dojde k roztáhnutí o hodnotu Δ l
- Zkoušený materiál bývá zatěžován trhacím strojem do doby, než praskne

Poměrné prodloužení

- Prodloužení vzniklé tahem vzhledem k původní délce
- $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$

19. Vysvětlete jednotlivé veličiny v konstitutivním vztahu nosníku namáhaného tahovou silou N a momentem M

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \kappa \end{bmatrix}$$

$A = Ebh$ Tuhost v tahu

$D = \frac{1}{12} Ebh^3$ Tuhost v ohybu

Veličiny:	
N	vektor sil
M	vektor momentů
A	matice tahové tuhosti
D	matice ohybové tuhosti
ε	vektor deformace
κ	vektor křivosti
E	modul pružnosti v tahu (Youngův modul)
b, h	rozměry nosníku

20. Uveďte, co je to kompozitní materiál, a jmenujte alespoň dva příklady reálných kompozitních materiálů.

- Skládá se ze dvou nebo více různých složek (přírodních nebo umělých), matrice + vlákna
- Každá složka má jiné vlastnosti (mechanické, chemické)
- Každá složka plní jinou funkci
- Každé složky musí být v materiálu alespoň 20 %, aby se dal považovat na kompozit
- Výsledné vlastnosti (výhody i nevýhody) jsou dány kombinací vlastností dílčích složek

Příklady:

- Vepřovice = hlína + sláma

- Kompozity na bázi dřeva – dřevovláknité desky (dřevotříska, sololit), překližky (lepené vrstvy dřeva)
- Kompozity na bázi keramiky (keramická matrice + kovová výztuž)
- Kompozity na bázi kovu, polymerů, …
- Přírodní kompozity – tkáně živočichů, pletivo rostlin, ulita loděnky, srdeční céva

21. Uveďte, z jakých obecných složek se skládají kompozitní materiály, a vysvětlete stručně výhody této struktury.

- Skládá se ze dvou nebo více různých složek (přírodních nebo umělých), matrice + výztuha (vlákna)
- Umělé kompozity se skládají z
    - Pojiva (matrice)
    - Plniva (částice, zrna, kuličky, vločky)
    - Výztuže (vlákna krátká, dlouhá, nekonečná)

Výhody kompozitů podle použité matrice nebo výztuže mohou být např.:

- Nízká hmotnost
- Vysoká tuhost a pevnost
- Směrově orientované vlastnosti
- Tepelná, chemická odolnost, ohnivzdornost
- Nižší tepelná roztažnost
- Elektrická a tepelná vodivost

22. Vysvětlete konstrukci laminátů a popište jejich výhody.

- Lamináty – vláknové vícevrstvé kompozity
- Laminát se skládá z vrstev (lamin)
- Lamina mohou mít různé úhly (každá vrstva může mít libovolnou orientaci vláken či výztuhy)
- Volbou materiálů, tlouštěk a orientace jednotlivých vrstev lze optimalizovat výsledné vlastnosti laminátu v různých směrech
- Lamina potřebujeme dát ve správném úhlu, aby vlákna byla ve směru toku síly, kde je materiál nejvíce namáhán

Výhody laminátů

- Velmi lehké
- Vysoká ohybová pevnost a tuhost
- Velmi dobrá teplená izolace

23. Uveďte všechny materiálové konstanty, které je nutné znát pro formulaci vztahu mezi deformacemi a napětími u jednosměrného kompozitního materiálu při rovinné napjatosti.

Maticově

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{TL}}{E_T} & 0 \\ -\frac{\nu_{LT}}{E_L} & \frac{1}{E_T} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \sigma_{LT} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{S}\,\boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\,\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{S}^{-1}$$

Konstanty:

E_L	modul pružnosti v podélném tahu
E_T	modul pružnosti v příčném tahu
G_{LT}	modul pružnosti ve smyku
η	Poissonova konstanta
ν_{LT}, ν_{TL}	Poissonovy konstanty

Zjišťujeme:

σ_L	napětí v podélném směru
σ_T	napětí v příčném směru
σ_{LT}	napětí
ε_L	deformace v podélném směru (longitudinal)
ε_T	deformace v příčném směru (transverse),
γ_{LT}	namáhání na smyk

24. Vyjmenujte a stručně popište alespoň dva mechanizmy porušení kompozitních materiálů.

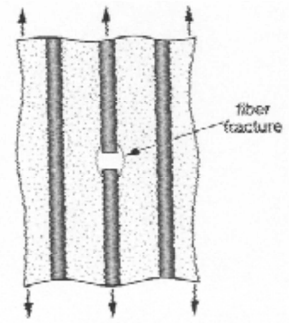
Porušení vláken

Praskne jedno vlákno, ale ostatní drží.

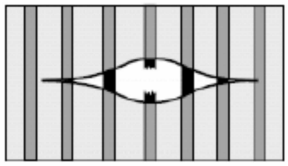
Může dojít k lokální ztrátě adheze - v místě se poruší několik vláken.

- Porušování vláken
  - Vláknové přemostění
  - Ztráta adheze

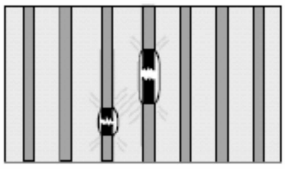
porušení vlákna



porušování vláken (vláknové přemostění)



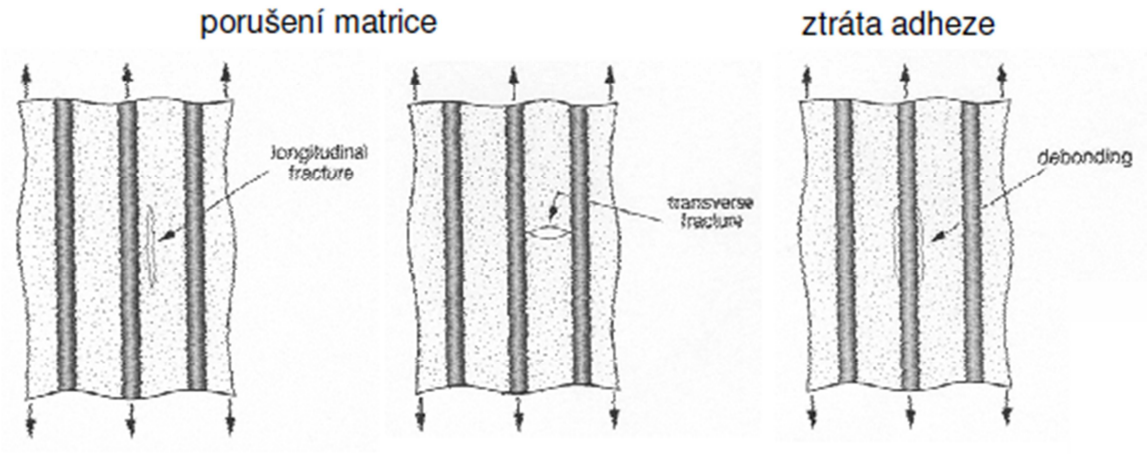
porušování vláken (ztráta adheze)



Porušení matrice

Dutiny v pojivu - prasknutí pojiva mezi vlákny.

- Porušení matrice
  - Příčná trhlina
  - Podélná trhlina
- Ztráta adheze



Delaminace

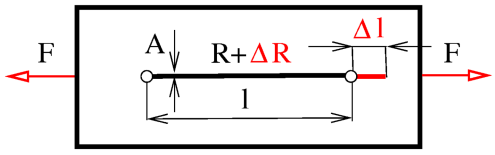
- Roztržení dvou vrstev kompozitu od sebe

Porušení tahem

25. Uveďte, jaký význam má experimentální mechanika při řešení problémů mechaniky.

- Řešení problému experimentálně:
  - na skutečném díle
  - na modelu:
    - ze skutečného materiálu
    - z modelového materiálu
- Pro výzkum
- Pro určení potřebných materiálových konstant a okrajových podmínek
- K ověření výsledků numerického řešení úlohy

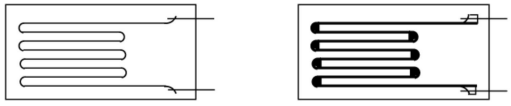
26. Uveďte, jakou veličinu lze měřit tenzometrem, a vysvětlete stručně princip elektrické odporové tenzometrie.



Tenzometr

- Měřič napětí (vnitřního zatížení nějakého tělesa)
- Napětí = vnitřní síla materiálu
- Čím větší napětí tím větší pravděpodobnost, že to praskne (určuje se mez pevnosti)
- Přístroj pro měření napětí, mechanického namáhání způsobeného tahem a jím vyvolaného mechanického napětí
- Při změně délky tenzometru l o Δl se změní jeho odpor
- Vnitřní síla materiálu $\sigma = \frac{F}{A}\ [Pa]$, F = síla, A = průřez

- Měřící element = tenzometr, nalepí se na povrch součástí do místa a směru, kde chceme měřit

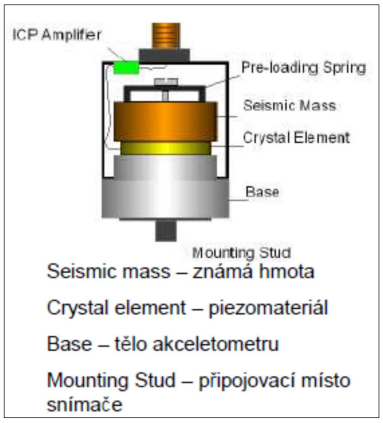


drátkový fóliový

Elektrická odporová tenzometrie

- Nepřímá metoda, kdy poměrné prodloužení ε je měřeno pomocí poměrné změny elektrického odporu $\frac{\Delta R}{R}$
- Platí: $\frac{\Delta R}{R} = k\frac{\Delta l}{l}, kde\ \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon$ (k…je deformační součinitel)
- Máme vodič, kterým probíhá proud -> jestliže změníme (zdeformujeme, natáhneme) vodič, změní se odpor -> to zjistíme měřením
- Základem běžného el. tenzometru bývá odporový tenzometr což je pasivní čidlo, které měří mechanické prodloužení. Změny prodloužení jsou v tenzometru převáděny na změny elektrického odporu (jiná varianta popisu).

27. Uveďte, k čemu slouží akcelerometr, a vysvětlete stručně jeho princip.



Seismic mass – známá hmota

Crystal element – piezomateriál

Base – tělo akceletometru

Mounting Stud – připojovací místo snímače

- Měřiče zrychlení
- Fungují na principu piezoelektrického jevu (v piezo materiálech se při deformaci tvoří náboj)
- Konstrukčně je známá hmota spojena s piezokeramickým materiálem, který je dále spojen s tělesem akcelerometru
- Při pohybu snímače má hmota vlivem setrvačnosti snahu „zůstat na místě“ a dochází tak k deformaci piezokeramiky a tím k tvorbě náboje, který je měřen
- Ze známé hmotnosti připojené hmoty, známé závislosti vzniklého náboje na deformaci piezomateriálu a vztahu F = ma je možné vypočítat působící zrychlení
- Existuje velké množství typů v závislosti na:
    - použití (pracovní rozsah, typ úloh, …)
    - pracovním prostředí (radioaktivita, teplota, korozivní prostředí, …)

28. Vysvětlete, jaký je vztah mechaniky a biomechaniky. Čím se biomechanika zabývá?

Mechanika

- Vědní obor, který se zabývá studiem mechanického pohybu objektů
- V aplikaci na oblast techniky = inženýrská mechanika
- Propojení na bioobory = biomechanika

Biomechanika

- Využití poznatků, přístupů, metod a teorií mechaniky v biologii
- Studium struktury a vlastností biologických objektů, jejich chování
- Studium a popis probíhajících procesů

- Řešení problémů na bioobjektech
- Biomechanika člověka, fauny a flóry

29. Do jakých skupin lze rozdělit klinické biomechanické problémy? Uveďte pro každou skupinu alespoň dva příklady konkrétních problémů.

Problémy implantační

- Klouby kyčelní, loketní, kolenní, ramenní; umělé cévní náhrady, zubní implantáty, vnitrodřeňové hřeby, fixátory

Problémy bezimplantační

- V jednotlivých soustavách a orgánech lidského těla
- Svalově-kosterní, srdečně-cévní, močové ústrojí, vyměšovací ústrojí

30. Charakterizujte podrobněji biomechanické problémy sportovní, kriminalistické a biomateriálové.

Problémy sportovní

- Odezva organismu na sportovní výkon (tréninkové zatížení, rehabilitace)

Problémy kriminalistické

- Komplexní vyšetřování stop, poranění

Problémy biomateriálové

- Vývoj a výroba biomateriálů (mechanické, bio-toleranční, tribologické, s tvarovou pamětí).

31. Popište, jak může biomechanika přispět k řešení problémů s kloubními náhradami.

- Modelování zátěže náhrady
- Optimalizace polohy náhrady
- Optimalizace tvaru náhrady
- Interakce náhrady a lidského těla (biomedicína)
- Posouzení výsledků léčby (z mechanického hlediska)

32. Popište z pohledu mechaniky (ne anatomie) obecnou strukturu 3D modelu člověka na bázi tuhých těles a uveďte typické příklady využití tohoto typu modelů.

- Úroveň zjednodušení na korektní popis globální artikulace
- Z hlediska mechaniky se jedná o vázaný mechanický systém
- Využívá poznatků o dynamice tuhých těles a kloubových spojení
    - Tuhé těleso = hmotnost, střed hmotnosti a matice setrvačnosti
    - Kloubový prvek = sférický, posuvný, rotační, …
- Všechna tuhá tělesa spojena pomocí vazeb (kloubů) do globálního modelu a přidány vzájemné kontakty
- Kosti bereme jen zvenku jako celek, kůži také, nebereme v úvahu vnitřní orgány

Použití

- Crash testy
- Simulace vykloubení končetin
- Reakce modelu na vnější zatížení - síla (náraz), zpomalení, …

33. Jaký je rozdíl a jaké jsou výhody deformovatelného modelu člověka ve srovnání s modelem člověka na bázi tuhých těles? Uveďte typické příklady využití deformovatelných modelů.

Deformovatelný model

- Na rozdíl od modelu tuhých těles bereme v úvahu vnitřní orgány (dynamické vlastnosti vypočtené na základě hustoty)
- Dokonce i nenarozené děti
- Deformovatelný model má vlastnosti, které se více blíží ke skutečnosti než u modelu na bázi tuhých těles

Užití

- Simulace crash testů (i se zaměřením na bezpečnost těhotných žen)
- Simulace poranění vnitřních orgánů při srážce, ...

34. Vysvětlete, co si představujete pod pojmem „validace modelu člověka“. Jaký je význam validace?

Test, ze kterého získáme informace o chování skutečného člověka

- Standardní testy
- Nízké zátěže – dobrovolníci
- Vysoké zátěže – mrtvá těla
- Etika
- Experimentální koridory
- Kroellův test – impaktor dané hmotnosti a rychlosti (energie) naráží do dané oblasti lidského těla, měří se deformace, síla, …
- Čelní, boční test

Význam

- Určení, zda model správně popisuje chování člověka v dané situaci
- Pokud model projde validací, můžeme jej použít pro naše výpočty

35. Vysvětlete, co znamená škálování modelu člověka a jaký je význam škálování.

Odvozování dalších modelů, z již validovaného modelu, pouhou změnou antropometrických parametrů (výška, hmotnost, etnické rozdíly, forma).

Pomocí algoritmu můžeme při zadání vstupního modelu a požadovaných výstupních parametrů získat přeškálovaný výstupní model.

Při škálování velkých změn (muž – žena, chlapec – muž) je nutné kromě škálování použít i morfování nebo škálovat pouze model ve vztahu dítě – dítě, muž – muž nebo žena – žena.

Význam

- Přizpůsobení modelu biologické rozmanitosti lidského těla (pohlaví, rasa, geografické podmínky, posilování)
- Snaha o získání co možná nejpřesnějšího modelu, který by odpovídal zkoumané situaci

36. Uveďte, na jaké dvě skupiny lze rozdělit tekutiny, a popište stručně charakteristické vlastnosti těchto dvou skupin.

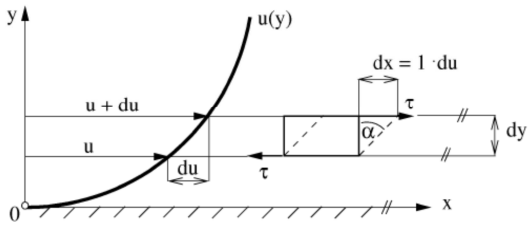
Tekutiny – látky, které nemají vlastní tvar a přijímají tvar nádoby, v níž se nacházejí

- kapaliny
  - vytvářejí kapky (voda, olej, …)
  - nemění samovolně svůj objem (molekuly netvoří stálou mřížku, ale působí mezi nimi ještě přitažlivé síly, které způsobují soudržnost kapaliny)
  - jsou obecně málo stlačitelné (téměř nestlačitelná)
  - při pohybu (proudění) kladou odpor proti pohybu, tj. jsou vazké
- plyny (i páry)
  - soudržnost mezi molekulami téměř nulová → molekuly plynu se snaží vyplnit prostor, v němž se nacházejí → jsou rozpínavé
  - vzdálenosti mezi molekulami plynů jsou velké oproti kapalinám → jsou stlačitelné, málo vazké

37. Popište vlastnost tekutin označovanou jako viskozita. Vysvětlete jednotlivé veličiny (včetně jednotek) v Newtonově vztahu $\tau = \eta \frac{du}{dy}$.

- projevuje se při proudění reálných tekutin odporem proti pohybu
- při pohybu (proudění) kapaliny se její částice („vrstvy“) po sobě posouvají, mezi těmito vrstvami působí smykové (třecí) síly vyvolané viskozitou (čím vyšší viskozita, tím vyšší odpor proti pohybu)
- první formulace viskozity: Newton (1687) – potvrzena experimentálně

Představme si proudění ve vodorovném směru x podél desky jako pohyb tenkých vrstev tekutiny o tloušťce dy, rovnoběžných s deskou. Takové proudění ve vrstvách se nazývá laminární (vrstvy se nepromíchávají, kdyby se vrstvy promíchávaly, bylo by turbulentní). Na desce je rychlost tekutiny nulová (ulpívá na ní). Rychlost ostatních vrstev se zvětšuje se vzdáleností od desky (brzdící účinek desky se zmenšuje). Jednotlivé vrstvy tekutiny vzájemně po sobě klouzají → dochází k jejich vzájemnému posuvu. Mezi vrstvami působí smykové (třecí) síly vyvolané viskozitou tekutiny.



$$tg\alpha = \frac{dx}{dy} \equiv \frac{du}{dy}$$

Vztah $\tau = \eta \frac{du}{dy}$

τ – určuje tečné (smykové) napětí $\tau[Pa]$ od viskozity

$\frac{du}{dy}$ – gradient rychlosti $[s^{-1}]$ v kolmém směru na pohyb tekutiny

η – dynamická viskozita tekutiny $[Pa \cdot s \equiv kg \cdot m^{-1}s^{-1}]$ (jednotkou je Pa/s)

Zavádí se pojem: kinematická viskozita

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$ $[m^2s^{-1}]$ (jednotkou je Pa/s), vztažena na jednotku hustoty

Viskozita tekutin je definována Newtonovým vztahem za předpokladu laminárního proudění (viz. výše). Dynamická a kinematická viskozita závisí na teplotě tekutiny. U plynů roste viskozita s teplotou. U kapalin s rostoucí teplotou viskozita klesá.

Newtonské kapaliny – vyhovují Newtonovu zákonu viskozity

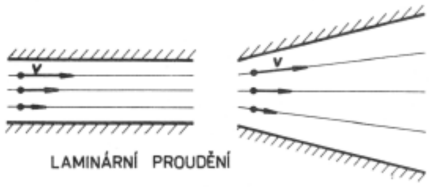
Nenewtonské kapaliny – závislost smykového napětí τ na gradientu rychlosti $\frac{du}{dy}$ nelze vyjádřit Newtonovým vztahem (např. krev při proudění nízkými rychlostmi v menších arteriích se chová jako pseudoplastická kapalina)

38. Charakterizujte laminární a turbulentní proudění reálných tekutin a vytvořte náčrtek zobrazující tyto druhy proudění.

Rozdíl v kinematice laminárního a turbulentního proudění → plyne z časových průběhů rychlostí

Laminární proudění

- částice tekutiny se pohybují ve vrstvách (lamina – vrstva)
- nedochází k promíchávání sousedních vrstev tekutiny



Řešení laminárního proudění

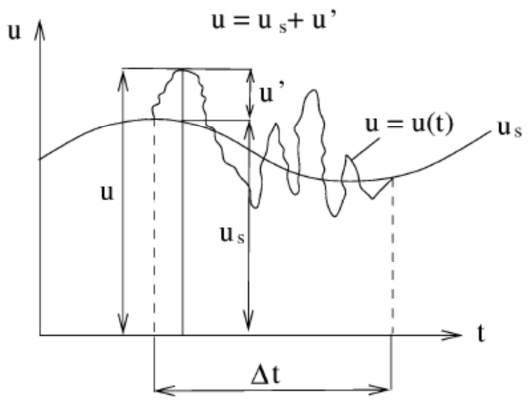
- jednodušší ve srovnání s turbulentním
- uplatňuje se Newtonův vztah pro smykové napětí
- obecně pomocí numerických metod (metoda konečných objemů nebo metoda konečných diferencí)
- speciální případy lze řešit exaktně (analyticky)

Výskyt laminárního proudění

- proudění v úzkých plochých kanálech (malé průtokové rychlosti),
- např. zařízení hydraulických mechanismů a strojů – těsnící mezery, ložiska s hydrodynamickým mazacím filmem, …
- proudění krve v arteriích

Turbulentní proudění

- částice tekutiny mají kromě postupné rychlosti turbulentní (fluktuační) rychlost, jíž se přemisťují po průřezu – proudnice se promíchávají
- objevuje se při vyšších rychlostech a u kapalin s menší přitažlivou silou mezi částicemi
- částice kapaliny vykonávají při proudění kromě posouvání i složitý vlastní pohyb, který vede ke vzniku vírů
- rychlosti jednotlivých částic kapaliny se nepravidelně mění, tzn. částice již nemají ve všech místech neměnnou rychlost, proudění tedy není stacionární
- rychlost jednotlivých částic kapaliny se nepravidelně mění, proto určujeme střední hodnotu rychlosti z hlediska času (u_s):



Popis obrázku

- časově střední hodnota rychlosti u_s
- turbulentní (fluktuační) složka rychlosti u' (je malá, časově proměnná velikostí i směrem) → turbulence je nahodilý jev, který se vyhodnocuje statickými metodami

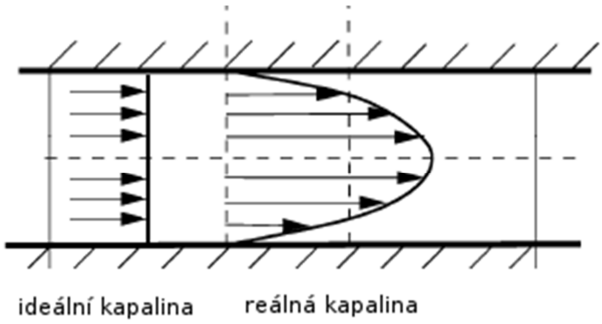
39. Čím je charakterizována tzv. ideální kapalina? Jaký je rozdíl mezi reálnou a ideální kapalinou?

Ideální tekutinu (všechny tekutiny kromě reálných) **chápeme jako aproximaci** (zjednodušením nebo idealizací) **reálné tekutiny**. Např.: pokud vezeme vodu nebo krev u ideální tekutiny předpokládáme, že je nestlačitelná (i přesto, že vodu můžeme malinko stlačit).

Vedle reálné (skutečné) tekutiny, která je stlačitelná a vazká, zavádíme pojem ideální (dokonalá) tekutina, která je nestlačitelná a nevazká (při proudění nebude vůbec ulpívat na stěně), tj. bez vnitřního tření.

Popis reálné kapaliny je velmi složitý. Fyzika proto využívá některé idealizace, které umožňují lepší popis reálných jevů, než jaký poskytuje ideální kapalina. Mezi tyto idealizace patří kapalina, která není stlačitelná, ale má vnitřní tření - taková kapalina se označuje jako **vazká** (nebo **viskózní**) **kapalina**. Dále se zavádí **nestlačitelná kapalina** (tedy kapalina, která nemění objem a její hustota zůstává konstantní) a **kapalina stlačitelná** (její hustota závisí na tlaku kapaliny). **Ideální kapalina (dokonalá)** má na rozdíl od skutečné kapaliny tyto vlastnosti: - je dokonale nestlačitelná a bez vnitřního tření. - matematický popis jejího chování je poměrně jednoduchý a používá se k modelovému zkoumání mechanických vlastností kapalin.

Ideální kapalinu lze získat jako speciální případ ideální tekutiny, pokud je hustota tekutiny (v celém objemu tekutiny a za všech podmínek) konstantní. V takovém případě je objemová deformace nulová, tzn. stlačitelnost je nulová, což znamená, že kapalina je nestlačitelná.



40. Pojmenujte všechny rovnice, které tvoří matematický model proudění reálných tekutin ve 3D.

a) **zákon zachování hmotnosti** → rovnice kontinuity (1 rovnice)
b) **zákon zachování hybnosti** → pohybové Navierovy – Stokesovy rovnice (3 rovnice)
c) **zákon zachování celkové energie** → energetická rovnice (1 rovnice)

– systém pěti nelineárních PDR
– odvozeno ze základních fyzikálních zákonů zachování

41. Jaké veličiny (včetně jednotek) popisují proudové pole? Do jakých skupin lze rozdělit proudění v závislosti na vývoji v čase a čím jsou tyto skupiny charakterizovány?

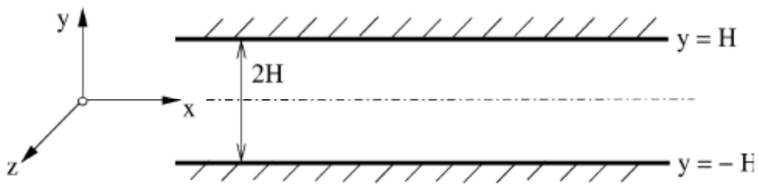
Veličiny proudového pole

– rychlost $[m \cdot s^{-1}]$
– tlak $[Pa]$
– hustota $[kg \cdot m^{-3}]$
– teplota [°C]

Proudění v závislosti na vývoji v čase

a) ustálené (stacionární) proudění – veličiny proudového pole (rychlost, tlak, hustota, teplota) se nemění s časem
b) neustálené (nestacionární) proudění – veličiny proudového pole se mění s časem

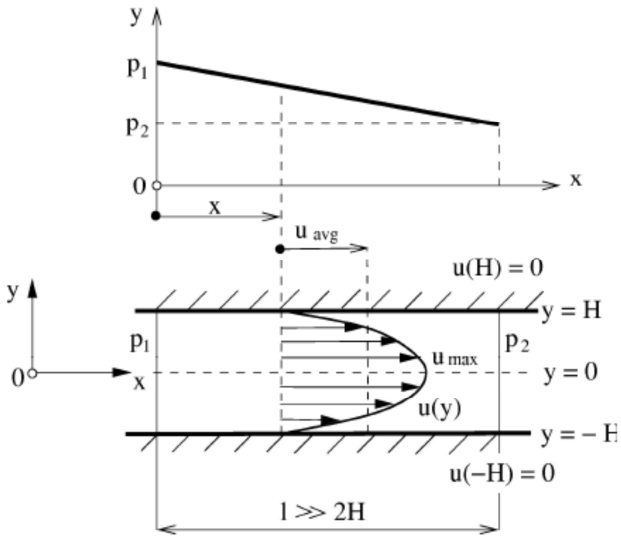
42. Načrtněte profil rychlostního pole rovinného ustáleného proudění mezi nekonečně širokými a nekonečně dlouhými rovnoběžnými deskami. V jakém místě je maximální rychlost kapaliny?



Možné tři varianty:

Proudění způsobené pouze tlakovým gradientem

– proudění způsobené pouze tlakovým gradientem, kdy obě desky jsou fixovány
– rozložení tlaku ve směru x je přímkové
– rychlostní profil je parabola
– rychlost kapaliny u dolní resp. horní desky je nula
– maximální rychlost je uprostřed (u_{max})



43. Jaké přístupy se používají při popisu pohybu tekutiny? Charakterizujte stručně tyto přístupy.

Lagrangeův popis

Sledujeme pohyb určité částice tekutiny (analogie k vyšetřování pohybu hmotného bodu v mechanice tuhých těles).

Například sedíme u dálnice a sledujeme pohyb jednoho námi vybraného vozu.

Eulerův popis

Sledujeme proudění tekutiny v určitém místě (např. změnu rychlosti a tlaku). Tímto místem protékají různé částice tekutiny, což vede ke složitějšímu vyjádření zrychlení částice tekutiny ve sledovaném místě. Tento přístup se v mechanice tekutin užívá častěji.

Například sedíme u dálnice a sledujeme určitý úsek dálnice (počítáme počet aut, která projedou úsekem).

44. Charakterizujte jedno- a více-škálové problémy, popište základní rozdíl mezi nimi a uveďte příklad více-škálového problému.

Jedno-škálové problémy

- Model je možno zformulovat (a řešit) na „jedné škále“
- Jevy na řádově menších měřítcích nehrají roli a je možno je zanedbat
- Jsou již dopředu „zprůměrovány
- Všechno „menší“ je zahrnuto do konstant a různých fenomenologických parametrů

Příklad

- Vše, co umíme („bez problémů“) řešit!
- Např. kmitání listu vrtule, stabilita vrtulníku při letu a podobně

Více-škálové problémy

- Jevy na menších měřítcích jsou relevantní

Příklad

- Lomová mechanika (např. prasknutí listu vrtule),
- Turbulence (detailní řešení prodění vzduchu, předpovídání počasí, apod.)
- Problém počítačové simulace počasí: jevy na měřítcích stovek kilometrů mohou být ovlivňovány i prouděním na vzdálenostech desítek až stovek metrů …

45. Formulujte zákon zachování energie a popište, jak souvisí s perpetuum mobile.

- Existuje stavová veličina E, jejíž změna na daném systému je vždy kompenzována změnou této veličiny na nějakém systému v okolí
- Tento zákon zjednodušeně a nepřesně řečeno konstatuje, že energii nelze vyrobit ani zničit, ale pouze přeměnit na jiný druh energie
- Celková energie izolované soustavy zůstává konstantní při všech dějích, které v ní probíhají
- Jeho platnost nám umožňuje porozumět fyzikálním souvislostem i zcela rozmanitých jevů – protože nemůže existovat perpetuum mobile

46. Co se děje s energií v případech, kdy se mechanická energie evidentně nezachovává (například u nepružného rázu)? Uveďte další příklady takových procesů.

Úbytek mechanické energie kompenzován nárůstem energie na mikroskopických škálách (teplo, deformace).

Příklady

- Náraz auta do zdi
- Polohová energie se přemění na teplo (zvýšení teploty kapaliny)