9.8 Některé další NP-úplné problémy

Problém 3-splnitelnosti logických formulí – 3-SAT.

3-SAT

Vstup: logická formule
$f(x_1, \ldots, x_n) = (a_1 \vee b_1 \vee c_1) \wedge (a_2 \vee b_2 \vee c_2) \wedge \ldots \wedge (a_k \vee b_k \vee c_k)$,
kde každé a_i, b_i, c_i $(i = 1, \ldots, k)$ je rovno x_ℓ nebo $\bar{x}_\ell$ pro vhodné $\ell = 1, \ldots, n$
(tj. f je formule v KNF s klauzulemi délky 3).
Úkol: zjistit, zda je formule f splnitelná.

Věta 9.7. *3-SAT $\in$ NPC.*

Nezávislá množina – IND

IND

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech a přirozené číslo $k \leq n$.

Úkol: zjistit, zda v grafu G existuje nezávislá množina uzlů velikosti alespoň k.

Věta 9.8. *IND* $\in$ *NPC.*

IND$_=$

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech a přirozené číslo $k \leq n$.

Úkol: zjistit, zda v grafu G existuje nezávislá množina uzlů velikosti k.

IND$_k$

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech.

Úkol: zjistit, zda v grafu G existuje nezávislá množina uzlů velikosti k.

Tvrzení 9.1. $IND_= \in NPC$.

Tvrzení 9.2. $IND_k \in P$.

Uzlové pokrytí – COV

COV

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech a přirozené číslo $k \leq n$.

Úkol: zjistit, zda v grafu G existuje pokrytí velikosti nejvýše k.

Věta 9.9. *COV* $\in$ *NPC.*

Existence kliky předepsané velikosti – CLIQUE

CLIQUE

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech a přirozené číslo $k \leq n$.

Úkol: zjistit, zda v grafu G existuje klika velikosti alespoň k.

Věta 9.10. *CLIQUE* $\in$ *NPC.*

3-obarvitelnost grafu – 3-COL

k-COL

Vstup: neorientovaný graf G na n uzlech.

Úkol: zjistit, zda je graf G k-obarvitelný.

Věta 9.11. *3-COL $\in$ NPC.*

Graf G sestrojíme touto konstrukcí:

- pro každou proměnnou x_i sestrojíme dvojici uzlů $x_i, \bar{x}_i$ a spojíme ji hranou,
- přidáme tři uzly u, v, w tvořící trojúhelník,
- uzel w spojíme se všemi uzly $x_i, \bar{x}_i$,
- pro každou klauzuli formule f vytvoříme jednu kopii grafu G_2, přičemž
    - uzly a, b, c budou totožné s uzly literálů této klauzule,
    - uzel d bude sousední s uzlem u.