

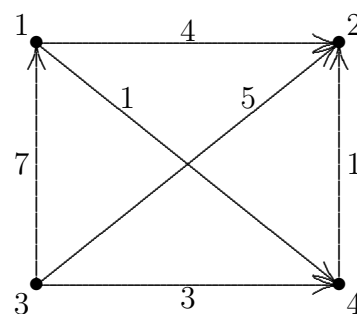
Rozložitelnost matic 1

Zjistěte, zda je matice \mathbf{A} rozložitelná, a pokud ano, najděte příslušnou permutaci řádků a sloupců.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Řešení.

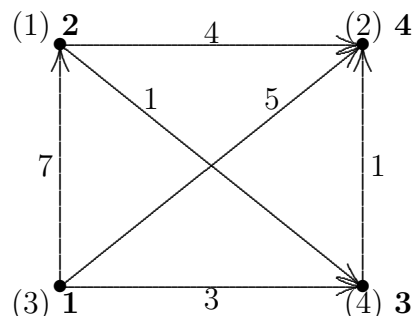
1. Sestrojíme diagram $\vec{G}(\mathbf{A})$ matice \mathbf{A} :



Graf $\vec{G}(\mathbf{A})$ není silně souvislý a tedy \mathbf{A} je rozložitelná.

2. Graf $\vec{G}(\mathbf{A})$ je dokonce acyklický, tj. má jednoduzlové kvazikomponenty.

Uzly očísujeme podle věty o acyklických grafech (stará čísla uzlů jsou na obrázku v závorkách a nová jsou tučně).



3. Porovnáním starých a nových čísel uzlů dostáváme permutaci π , která rozkládá matici \mathbf{A} :

Stará čísla uzlů	1	2	3	4
Nová čísla uzlů	2	4	1	3

4. Aplikací permutace π na řádky matice \mathbf{A} dostaneme matici

$$\begin{bmatrix} 7 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

a aplikací téže permutace π na sloupce této matice dostaneme matici

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$