Kapitola X.

Základní pojmy

X.1. / struktura matematického textu:

axióm, definice, $\underbrace{\text{věta, tvrzení, lemma, důsledek}}_{\text{důkaz}}$, poznámka, příklad

Axióm (z řec. axióma, to, co se uznává) je tvrzení, které se předem pokládá za platné a tudíž nedokazuje.

Definice (z latinského de = od, pryč a finis = hranice, tedy definitio = ohraničení, vymezení) je pokud možno jednoznačné určení významu nějakého pojmu.

Věta v matematice označuje důležité netriviální a dostatečně obecné tvrzení, obvykle má dvě části:

1. předpoklady, podmínky,
2. vlastní tvrzení.

Důkaz představuje přesvědčivou demonstraci nutné pravdivosti nějakého tvrzení pomocí dedukce.

Lemma je pomocná věta sloužící především k důkazu jiného tvrzení.

X.2. / výrok a výroková funkce:

Výrok V je jakékoli tvrzení, o němž má smysl říci, že je pravdivé, nebo nepravdivé.

Výroková funkce $V(x)$ je jakékoli tvrzení obsahující jednu nebo více proměnných x, které se po dosazení přípustných hodnot stává výrokem.

X.3. / logické spojky:

Výroky můžeme negovat nebo spojovat pomocí logických spojek a vytvářet tak složené výroky:

Negace:	$\bar{A}, \neg A, A'$	„negace A“
Konjunkce:	$A \wedge B$	„A a B“, „A a současně B“
Disjunkce:	$A \vee B$	„A nebo B“
Implikace:	$A \Rightarrow B$	„z A plyne B“, „jestliže A, pak B“
Ekvivalence:	$A \Leftrightarrow B$	„A je ekvivalentní s B“, „A právě tehdy když B“.

A	B	$\bar{A}$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

A je nutná podmínka pro B, jestliže $A \Leftarrow B$
A je postačující podmínka pro B, jestliže $A \Rightarrow B$
A je nutná a postačující podmínka pro B, jestliže $A \Leftrightarrow B$

X.4. / kvantifikátory:

$\forall$ „pro každé“, „pro všechna“ (z ang. All, něm. Alles)
$\exists$ „existuje (alespoň jeden/jedna/jedno)“ (z ang. Exists, něm. Existiert)
$\exists!$ „existuje právě jeden/jedna/jedno“

X.5. / kvantifikované výroky:

$\forall x \in D : V(x)$ „pro každé x z množiny D platí výrok $V(x)$“
$\exists x \in D : V(x)$ „existuje (alespoň jedno) x z množiny D takové, že platí výrok $V(x)$“
$\exists! x \in D : V(x)$ „existuje právě jedno x z množiny D takové, že platí výrok $V(x)$“

X.6. / typy matematických důkazů:

Matematické důkazy (pro) $A \Rightarrow B$:

důkaz přímý - dokazujeme implikaci: $A \Rightarrow V_1 \Rightarrow V_2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow B$,

důkaz nepřímý - dokazujeme obměnu (obrácenou implikaci negací): $\bar{B} \Rightarrow \bar{A}$,

důkaz sporem - dokazujeme neplatnost negace implikace: $A \wedge \bar{B}$.

Matematickou indukcí dokazujeme tvrzení

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, n_0 \in \mathbb{N} : V(n).$$

Důkaz má dvě části. Dokážeme, že

1. výrok $V(n_0)$ je pravdivý,
2. $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq n_0 : V(k) \Rightarrow V(k+1)$.