Abecedně seřazená teorie k 52 verzím testu ke zkoušce z LA u Brouska ! - jsou značeny otázky 5.   !! - jsou poslední pojmy v 6.

! Báze a dimenze prostoru, souřadnice vektoru v dané bázi –dimenze počet prvků báze; lin. nez. množina generátorů prostoru V se nazývá báze prostoru V, každý konečně generovaný prostor obsahuje alespoň jednu bázi; $b_1 \dots b_n$ je báze , $v \in V$, $v = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$ potom koeficienty $a_1 \dots a_n$ se nazývají souřadnice vektoru v bázi $b_1 \dots b_n$ $\hat{v} = (a_1, a_2 \dots a_n)^T$; 1) souř. Součtu se ronjí součtu souř. 2)souř. λ-násobku se rovnají λ-násobku souř.

! Báze a dimenze vektorového prostoru, souřadnice vektoru v dané bázi↑

! Definice determinantu matice a jeho základní vlastnosti - Nechť A je čtvercová matice řádu n, potom $detA = \sum_\pi zn(\pi) a_{1\pi(1)} a_{2\pi(2)} \dots a_{n\pi(n)}$, součet přes všechny permutace π, detA=detA^T

! Definitnost kvadratické formy, Sylvestrovo kritérium – pozitivně definitní k(x)>0 ∀xL, x≠0; pozi. Semidefinitní k(x)≥0 ∀xL, $\exists x_0$ $k(x_0)=0$; negativně definitní k(x)<0 ∀xL, x≠0; neg. Semidefinitní k(x)≤0 ∀xL, $\exists x_0$ $k(x_0)=0$; indefinitní $\exists x_1x_2 \in L$ $k(x_1)>0$ ak$(x_2)<0$; Forma κ je po. definitní právě když všechny hlavní minory matice A jsou kladné

! Determinant matice a jeho základní vlastnosti ob jeden pojem↑

! Hodnost matice, Gaussova eliminační metoda
- je číslo, které určuje počet lineárně nezávislých řádků matice; nechť A je matice typu m/n, lin. Obal všech řádkových (sloupcových) vektorů matice A se nazývá řádkový (sloupcový) vektor matice. Dimenze řádkového prostoru se nazývá hodnost matice r(A); dimenze řádkového a sloupcového prostoru je stejná, $r(A)=r(A^T)$
- B vznikne z A prohozením dvou řádků, ⇒detA=-detB; B vznikne z A vynásobením jednoho řádku číslem c, ⇒ detB=cdetA; B vznikne z A přičtením c-násobku řádku k jinému řádku ⇒detB=detA; nulový řádek nebo dva řádky stejné ⇒detA=0;

! Homogenní soustavy rovnic - Soustava rovnic se nazývá homogenní, jestliže $\vec{b}$=0, dimenze prostoru= počet neznámých-h(A), dim=(n-h)

! Inercie kvadratické formy, zákon setrvačnosti kvadratických forem - je-li κ kvadratická forma na reálném lin. vektorovém prostoru L konečné dimenze n, potom inercie kvadratické formy κ je inercie matice A této kvadratické formy v libovolné bázi prostoru L. Píšeme in(κ)=in(A); je-li kvad. forma na vyjádřena ve dvou bázích jako lin. kom. čtverců souřadnic, potom je obou vyjádření stejný počet kladných , záporných i nulových koeficientů

! Inverzní a složené zobrazení a jejich matice – jestliže A je matice lin. zobrazení L_1 a B je matice lin. Zobrazení L_2 v daných bázích, potom složené zobrazení L:U→W dané předpisem $L(x)= L_2(L_1(x))$ pro každé x∈ U je opět lineární a matice složeného zobrazení L v daných bázích je C=BA

-jestliže $u_1, u_2 \dots u_n$ je báze prostoru U a A je matice izomorfismu L v daných bázích potom inverzní zobrazení L^{-1}:U→U má v těchto bázích matici A^{-1}

-matice izomorfismu L je regulární; označíme-li B matici inverzního zobrazení L^{-1} v daných bázích potom pro složené zobrazení máme

$L^{-1}(L(x))=x$ pro ∀x∈ U a

! Inverzní matice, Jordanova eliminační metoda – viz inverzní matice

! Inverzní zobrazení, složené zobrazení a jejich matice ob jeden pojem↑

! Izomorfismus vektorových prostorů – viz izomorfismus

! Konstrukce inverzní matice pomocí determinantu – viz adjungovaná matice $\frac{A^A}{detA}$

! Kvadratické formy - Nechť ψ je symetrická Bilineární forma na prostoru V. Zobrazení κ:V→R definované κ(x)=φ(x,x) se nazývá kvadratická forma

! Kvadratické formy a reálné symetrické matice- Nechť ψ je symetrická Bilineární forma na prostoru V. Zobrazení κ:V→R definované κ(x)=φ(x,x) se nazývá kvadratická forma; čtvercová matce nxn, $a_{ij}= a_{ji}$

! Lineární zobrazení, jádro a obraz a jejich dimenze -nechť L:U→V je zobrazení z množiny U do množiny V

zobrazení L se nazývá lineární (homomorfismus), jestliže pro každé x,y∈ U a pro každé λ∈ T platí:

L(x+y)=L(x)+L(y),   L(λx)=λL(x) (Zobrazení z LVP1 do LVP2 se nazývá lineární jestliže...);-množina všech prvků prostoru U, které se zobrazením L zobrazí do prvku 0, se nazývá jádro zobrazení L a značí se kerL   kerL={x∈ U:L(x)=0}

-množina obrazů všech prvků prostoru U se nazývá obraz zobrazení L a značí se ImL ImL={y∈ U:∃x∈ U,L(x)=y}; -L:U→V kerL je podprostor prostoru U a ImL je podprostor prostoru V   dim(kerL)+dim(ImL)=dimU;

-L je monomorfismus právě tehdy když kerL=0; -L je epimorfismus právě tehdy když ImL=V; -L je izomorfismus právě tehdy když kerL=0, ImL=V

! Matice lineárního zobrazení a její vlastnosti – viz matice lin. zobrazení

! Nehomogenní soustavy rovnic - Sous. rovnic se nazývá nehomogenní, jestliže $\vec{b}$≠0, sou. Rovnic s pravou stranou, na pravé straně je nenulový vektor, h(A)=h(A|b)=n jednoznačné řešení, h(A)≠h(A|b) N.Ř., h(A)=h(A|b)<n nekonečně mnoho řešení

! Ortogonální a ortonormální báze prostoru. Gram-Schmidtův ortogonalizační proces - každá množina n prvků prostoru L, které jsou nenulové a navzájem ortogonální, se nazývá ortogonální báze prostoru L; -v každém nenulovém euklidovském nebo unitárním prostoru konečné dimenze existuje ortogonální báze -prvky jsou ortonormální jestliže jsou ortogonální tj. $(e_i,e_j)=0$ a jejich norma je 1 $\|e_i\| = \sqrt{(e_i e_i)} = \sqrt{1} = 1$; jestliže ortonormální prvky tvoří bázi prostoru L potom mluvíme o ortonormální bázi prostoru L $e_i = \frac{1}{\|v_i\|} v_i$ G-S: - 1)$v_1=y_1$ 2) $v_2=y_2+\alpha v_1$ ⇒

$a = -\frac{(y_2, v_1)}{(v_1, v_1)}$, 3) $v_3 = y_3 + b_1v_1 + b_2v_2$ ⇒ a $b_2 = -\frac{(y_3, v_2)}{(v_2, v_2)}$

! Ortogonální průmět vektoru do podprostoru, metoda nejmenších čtverců - V je euklei. Prostor konečné dim, V_1 jeho podprostor, V_1=0, V_1=v, v∈V, v∉ V_1, Vektor v_0 se nazývá ortogonální průmět vektoru v do podprosotru v_1 jestliže $v_0 \in V_1$, $(v-v_0) \perp V_1$; $v_0=\lambda_1b_1+\lambda_2b_2 \dots$ $\lambda_i = \frac{(v, b_i)}{(b_i, b_i)}$, nejmenší čtverce-jestliže soustava Ax=b má řešení potom existuje x_0<R_n tak, že Ax=b ⇒ b-Ax_0=0 ⇒ $\|b-Ax_0\|^2=0$; -jestliže soustava Ax=b nemá řešení pak ∀x∈ R, Ax≠b ⇒ b-Ax≠0 ⇒ $\|b-Ax\|^2>0$; -Ax=b nemá řešení $\|b-b_0\|^2$ je nejmenší, Ax=b_0 má řešení $\|b-Ax_0\|^2$ je nejmenší; $\|b-Ax_0\|^2=|b-Ax_0, b-Ax_0|^2=r_1^2+r_2^2+..|b-Ax_0|=[r_1, r_2 \dots]$, -sloupce mat.musí být lin. nezávislé=>báze

! Podobnost matic, Jordanův tvar matice – viz podobná matice a Jordanů tvar mati.

! Polynomy, Hornerovo schéma, rozklad na kořenové činitele – viz. Polynomy;

p(x)=(x-c)q(x)+p(c)

$$\begin{array}{cccccc} & a_n & a_{n-1} & a_{n-2} & a_1 & a_0 \\ & & cq_{n-1} & cq_{n-2} & cq_1 & cq_0 \\ c & q_{n-1} & q_{n-2} & q_{n-3} & q_0 & p(c) \end{array}$$

;$c_1 \dots c_s$ jsou různé kořeny poly., $k_1 \dots k_s$ jsou jejich násobnosti, potom $p(x)=a_n(x-c_1)^{k1}(x-c_2)^{k2} \dots (x-c_s)^{ks}$

! Polynomy, rozklad na kořenové činitele, Hornerovo schéma ↑

! Rozvoj determinantu podle řádku či sloupce – Laplaceův rozvoj - A je čtvercová matice řádu n, potom $\det A = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$ $A_{i,j}$ je algebraický doplněk

! Skalární součin a jeho vlastnosti, norma indukovaná skalárním součinem
- Lin.vek. p. nad tělesem komplexních čísel se skalár. součinem se nazývá unitární; skalární součin je zobrazení z VxV→C s vlastnostmi 1) (x,x)≥0, ∀x∈ L (x,x)=0⇔x=0, 2) (x,y)=$\overline{(y,x)}$, 3) (λx,y)=λ(x, y), 4) (x+z,y)=(x,y)+(z,y) ; eukleidovský prostor VxV→R splňující vlastnosti: 1)(x,λy)=λ(x,y) 2)(x,y+z)=(x,y)+(x,z) 3) (0,x)=(x,0)=0
- Nechť L je euklidovský prostor. Potom zobrazení v:L→R definováno předpisem v(x)= $\sqrt{(x,x)}$ pro každé x ∈ L je norma na prostoru L, nazývána norma ind sk.souč.

! Soustavy s regulární maticí, Cramerovo pravidlo – reg. Matice detA≠0, potom lze použít Cramerovo pravidlo Ax=b je soustava lineárních rovnic s regulární maticí A řádu n, pro každé i = 1…,n označme A_i matici, která vznikne z matice a tím způsobem, že za i-tý sloupec matice a nahradíme sloupcem b. Potom pro řešení soustavy rovnic Ax=b platí $x=[x_1, x_2, \dots x_n]^T$, kde $x_i = \frac{detA_{xi}}{detA}$ pro každé i= 1,…,n

! Vektorový prostor, lineární závislost a nezávislost – viz. vektrorový p.; vektory $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots \vec{v_k}$ se nazývají lin. závislé, jestliže ex. netriviální lin. kombinace taková, že $\lambda_1\vec{v_1} + \lambda_2\vec{v_2} + \dots + \lambda_k\vec{v_k} = \vec{0}$, vektory které nejsou lin. závislé jsou nezávislé

! Vlastní čísla a vlastní vektory matice - kořeny char. Poly. det(λI-A)=0; λ je vlastní č. matice A, nenulový vektor h, takový, že $(\lambda_0 I-A)h=0$ tj. $\lambda_0 h=Ah$ se nazýá vlastní vektor matice; množina všech vlastních č. matice A se nazývá spektrum matice A
- λ_0 je vlastní číslo matice A, potom nenulový vektor h takový, že $(\lambda_0 I-A)h=0$, tj. $\lambda_0 h=Ah$, se nazývá vlastní vektor matice A příslušný vlast. číslu λ_0

! Základní vlastnosti matic - 1. Sčítání : A,B stejného typu m*n a platí: A+B=B+A; (A+B)+C=A+(B+C); A+0=A; $(A+B)^T=A^T+B^T$; 2. Násobení číslem λ: 0*A=0; 1*A=A; λ*0=0; λ*(A+B)= λ A + λ B; A*(λ1+ λ2)=A* λ1+A* λ2; A*(λ1* λ2)=(A* λ1)* λ2; $(\lambda A)^T$;3.Násobení MATIC A je m*p, B je p*n A*B=C typu m*n a platí: (A+B)*C=AC+BC; A*1=A; A*0=0; A*(B*C)=(A*B)*C; λ*(A*B)=(λ*A)*B; $(A*B)^T = B^T * A^T$

! Změna báze a matice přechodu - Nechť $f_1 \dots f_n$; $g_1 \dots g_n$ jsou dvě báze prostoru U, L(x)=x identické zobrazení. Matice tohoto zobrazení vzhledem k bázím $f_1 \dots f_n$; $g_1 \dots g_n$ se nazývá matice přechodu od báze $f_1 \dots f_n$ k bázi $g_1 \dots g_n$; $\hat{x}$ souřadnice prvku x v bázi F, $\tilde{x}$ v bázi G, $T = (\widehat{g_1} \dots \widehat{g_n})$ matice přechodu od báze f k bázi G, T je regulární T$\tilde{x}$= $\hat{x}$, T^{-1} je matice přechodu od G k F $T^{-1}\hat{x}= \tilde{x}$

! Změna matice lineárního operátoru při změně báze ↑ Nechť V je vektorový prostor, potom lineární zobrazení L:V→V se nazývá lineární operátor;

!! Jak lze maximálně rozložit polynom v oboru reálných čísel – reálný polynom lze rozložit na součin reálných polynomů stupně nejvýše 2; $(x-x_1)^{k1}(x-x_2)^{k2} \dots (x^2+p_lx+q_l)^{kl}$

!! Jak vypadají vlastní čísla a vlastní vektory symetrické matice - nechť A je symetrická matice, označme k-počet kladných vlastních čísel, z-počet záporných vl.č., d-násobnost vl.č. 0, trojice (k,z,d) se nazývá inercie matice A in(A); A je reálná sym. Matice řádu n, jestliže in(A)=(k,z,d) potom A je kongruentní s maticí K=diag$\left[\underbrace{1,1,\dots 1}_{k}, \underbrace{-1 \dots -1}_{z}, \underbrace{0,\dots 0}_{d}\right]$ Nechť A, B jsou reálné sym. Matice řádu n, potom A,B jsou kon gruentní právě tehdy, když in(A)=in(B), 1)všechna vl.č. A jsou reálná 2)Ke každému vl.č. ex. reálný vl. vektor 3)Vl. Vektory příslušné různým vl. Č. jsou ortogonální při skalárním násobení $(u,v)=u^Tv$

!! Jaký je stupeň součtu a součinu polynomů - st(a+b)≤max{st(a),st(b)}; st(a*b)=st(a)+st(b)

!! Jaký je vztah mezi množinou generátorů a bází – každá báze je množin generátorů, ale v bázích jsou jen lin. nezávislé vektor. Obecně v generátoru mohou být vektory lin. závislé

!! Popište Gaussovu eliminaci pro determinanty - B vznikne z A prohozením dvou řádků, ⇒detA=-detB; B vznikne z A vynásobením jednoho řádku číslem c, ⇒ detB=cdetA; B vznikne z A přičtením c-násobku řádku k jinému řádku ⇒detB=detA; nulový řádek nebo dva řádky stejné ⇒detA=0;

!! Popište Gram-Schmidtův ortogonalizační proces – 1)$v_1=y_1$ 2) $v_2=y_2+\alpha v_1$ ⇒

$a = -\frac{(y_2, v_1)}{(v_1, v_1)}$, 3) $v_3 = y_3 + b_1v_1 + b_2v_2$ ⇒ a $b_2 = -\frac{(y_3, v_2)}{(v_2, v_2)}$

!! Popište hledání ortogonálního průmětu - V je euklei. Prostor konečné dim, V_1 jeho podprostor, V_1=0, V_1=v, v∈V, v∉ V_1, Vektor v_0 se nazývá ortogonální průmět vektoru v do podprosotru v_1 jestliže $v_0 \in V_1$, $(v-v_0) \perp V_1$; $v_0=\lambda_1b_1+\lambda_2b_2 \dots$ $\lambda_i = \frac{(v, b_i)}{(b_i, b_i)}$,

!! Popište hledání racionálních koeficientů polynomu s celočíselnými koeficienty – Nechť a(x) je poly. S celočíselnými koeficienty, nechť $a(x)=a_nx^n+ a_{n-1}x^{n-1}+\dots+ a_{14}x+ a_0$

nechť c=p/q je jeho racionální kořen, potom p dělí a_0 q dělí a_n,dále Hornerovo schéma

!! Popište Jordanovu eliminační metodu pro hledání inverzní matice - inverzní matice je určena jednoznačně, každou matici hodnosti n lze elementárními úpravami převést na jednotkovou matici. Stejnou posloupností elementárních úpravou provedenou na jednotkovou matici, získáme A^{-1} tento postup se nazývá Jordanova eliminační metoda $(A|I)....(I|A^{-1})$

!! Popište Jordanův tvar matice - diagonální matice kde na diagonále jsou Jordanovi buňky (viz. Jord. tvar matice

!! Popište Jordanův tvar symetrické matice – A reálná symetrická matice řádu n, $A=TJT^{-1}$ kde J je Jordanův kanonický tvar matice A, potom matice J je diagonální a matici T lze poskládat po sloupcích z vlastních vektorů, které jsou navzájem ortonormální při skalárním násobení

!! Popište Laplaceův rozvoj determinantu – A je čtvercová matice řádu n, potom $\det A = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}$ $A_{i,j}$ je algebraický doplněk

!! Popište maximální možný rozklad polynomu na součin polynomů v oboru reálných čísel - reálný polynom lze rozložit na součin reálných polynomů stupně nejvýše 2; $(x-x_1)^{k1}(x-x_2)^{k2}...(x^2+p_lx+q_l)^{kl}$

!! Popište metodu nejmenších čtverců - -jestliže soustava Ax=b má řešení potom existuje $x_0<R_n$ tak, že $Ax=b \Rightarrow b-Ax_0=0 \Rightarrow ||b-Ax_0||^2=0$; -jestliže soustava Ax=b nemá řešení pak $\forall x\in R$, $Ax\neq b \Rightarrow b-Ax\neq 0 \Rightarrow ||b-Ax||^2>0$; -Ax=b nemá řešení $||b-b_0||^2$ je nejmenší, $Ax=b_0$ má řešení $||b-Ax_0||^2$ je nejmenší; $||b-Ax_0||^2=|b-Ax_0,b-Ax_0|^2=r_1^2+r_2^2+..|b-Ax_0|=[r_1, r_2 ...]$, sloupce mat.musí být lin. nezávislé=>báze

!! Popište postup řešení homogenní soustavy rovnic - soustavu přepíšeme do matice a eliminací vytvvořím stupňovitý tvar, Soustava rovnic se nazývá homogenní, jestliže $\vec{b}$=0, dimenze prostoru= počet neznámých-h(A), dim=(n-h),

!! Popište postup řešení nehomogenní soustavy rovnic - Sous. rovnic se nazývá nehomogenní, jestliže $\vec{b}\neq 0$, sou. Rovnic s pravou stranou, na pravé straně je nenulový vektor, h(A)=h(A|b)=n jednoznačné řešení, h(A)≠h(A|b) N.Ř., h(A)=h(A|b)<n nekonečně mnoho řešení

!! Popište rozklad polynomu v oboru komplexních čísel $c_1...c_s$ jsou různé komplexní kořeny poly., $k_1...k_s$ jsou jejich násobnosti, potom $p(x)=a_n(x-c_1)^{k1}(x-c_2)^{k2}...(x-c_s)^{ks}$

!! Popište vlastnosti matice přechodu - Nechť $f_1...f_n$; $g_1...g_n$ jsou dvě báze prostoru U, L(x)=x identické zobrazení. Matice tohoto zobrazení vzhledem k bázím $f_1...f_n$; $g_1...g_n$ se nazývá matice přechodu od báze $f_1...f_n$ k bázi $g_1...g_n$; $\hat{x}$ souřadnice prvku x v bázi F, $\tilde{x}$ v bázi G, $T = (\widehat{g_1} ... \widehat{g_n})$ matice přechodu od báze f k bázi G, T je regulární $T\tilde{x}= \hat{x}$, T^{-1} je matice přechodu od G k F $T^{-1}\hat{x}= \tilde{x}$

!! Popište základní vlastnosti operací s vektory - 1. Součtové: a+b=b+a; (a+b)+c=a+(b+c); a+0=a; $a+a^{-1}$ =0;Pokud množina splňuje všechny součtové operace, pak se nazývá komutativní (Abelova grupa, pokud nesplňuje tu první ale ostatní jo, pak je to Grupa)2.Násobení: a*(λ1+ λ2)=a λ1+a λ2; λ*(a+b)= λa+ λb; a*(λ1 *λ2)=(a* λ1)* λ2; 1*a=a

!! Popište základní vlastnosti skalárního součinu viz Skalární součin

!! Popište základní vlastnosti součtu a součinu matic – viz Součet a Součin matice

!! Popište způsob hledání hodnosti matice – elementárními úpravami vytváříme stupňovitý tvar, počet nenulových řádků je roven hodnosti matice

!! Popište způsob řešení nehomogenní soustavy rovnic viz !! Popište postup ...

!! Vyslovte Cauchy-Schwarzou nerovnost – Nechť V je eukleidovský prostor, potom $(x,y)^2 \leq (x,x)(y,y)$

!! Vyslovte Cramerovo pravidlo – Ax=b je soustava lineárních rovnic s regulární maticí A řádu n, pro každé i = 1...,n označme A_i matici, která vznikne z matice a tím způsobem, že za i-tý sloupec matice a nahradíme sloupcem b. Potom pro řešení soustavy rovnic Ax=b platí $x=[x_1,x_2,...x_n]^T$, kde $x_i=\frac{detA_{xi}}{detA}$ pro každé i= 1,...,n

!! Vyslovte Frobeniovu větu – soustava lineárních rovnic Ax=b má řešení právě tehdy, když h([A|b])=h(A)

!! Vyslovte Pythagorovu větu pro eukleidovské prostory – v eukleidovském prostoru platí x $\perp$y právě když $||x + y||^2 = ||x||^2 + ||y||^2$;

!! Vyslovte Sarrusovo pravidlo – pro matici řádu 3 platí $detA=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}$

!! Vyslovte Steinitzovu větu o výměně - Nechť L je nenulový lineární vektorový prostor, nechť M = $\{g_1, g_2,..., g_m\}$ je množina generátorů prostoru L, nechť N = $\{b_1, b_2,...,b_n\}$ je množina lineárně nezávislých prvků prostoru L. Potom n≤m a některých n prvků množiny M lze nahradit prvky množiny N tak, že vzniklá množina opět generuje prostor L. Důsledky: 1. Jestliže množina $\{g_1, g_2,..., g_m\}$ generuje prostor L, pak každá lineárně nezávislá množina v L má maximálně m prvků. 2. Každou lineárně nezávislou množinu lze doplnit na báze 3. Každé dvě báze mají stejný počet prvků 4. Nechť dimL=n, M je n-prvková lin. nez. množina, potom M je báze

!! Vyslovte Sylvestrovo kritérium – Forma K je pozitivně definitní právě když všechny hlavní minory matice A jsou kladné

!! Vyslovte větu o dělení polynomů se zbytkem – nechť p(x), q(x) jsou polynomy, q(x)≠0, potom ex. jednoznačně určené pol. t(x), r(x), st(r)<st(q), p(x)=t)x)q(x)+r(x) (p:q=t a zbytek r)

!! Vyslovte větu o determinantu součinu matic detAB=detAdetB

!! Vyslovte základní větu algebry - Každý polynom stupně alespoň 1 má v oboru komplexních čísel alespoň jeden kořen

!! Vyslovte zákon setrvačnosti kvadratických forem – je-li kvad. forma na vyjádřena ve dvou bázích jako lin. kom. čtverců souřadnic, potom je obou vyjádření stejný počet kladných , záporných i nulových koeficientů

Adjungovaná matice – Nechť $A_{i,j}$ je algebraický doplněk prvku $a_{i,j}$ potom matice A^A se nazývá matice adjungovaná k matici A; $A^{-1} = \frac{1}{detA} A^A$

Algebraický doplněk prvku matice – Nechť A je čtvercová matice řádu n $a_{i,j}$ její prvek, potom algebraický doplněk prvku $a_{i,j}$ je číslo $A_{i,j} = (-1)^{i+j}$ $detA_{i,j}$ kde $A_{i,j}$ vznikne z matice A vyškrtnutím i-tého řádku a j-tého sloupce

Báze vektorového prostoru – lin. nez. množina generátorů prostoru V se nazývá báze prostoru V, každý konečně generovaný prostor obsahuje alespoň jednu bázi

Bilineární forma – zobrazení ψ: LxL→R, jestliže platí ψ(x+z,y)= ψ (x,y)+ ψ(z,y); ψ(λx,y)=λ ψ(x,y); ψ(x,y+z)= ψ(x,y)+ ψ(x,z); ψ(x,λy)=λ ψ(x,y)

Čtvercová matice - Matice A typu *m/n* se nazývá matice čtvercová řádu *n*, jestliže *m= n*, tj. jestliže má stejný počet řádků a sloupců

Dělitelnost polynomů – nechť p(x), q(x) jsou polynomy, q(x)≠0, potom ex. jednoznačně určené pol. t(x), r(x), st(r)<st(q), p(x)=t)x)q(x)+r(x) (p:q=t a zbytek r). Jestliže r(x)=0, říkáme, že polynom p(x) je dělitelný polynomem q(x)

Determinant matice - Nechť A je čtvercová matice řádu n, potom $detA = \sum_{\pi} zn(\pi) a_{1\pi(1)}a_{2\pi(2)} ... a_{n\pi(n)}$, součet přes všechny permutace π, $detA=detA^T$

Diagonální matice - matice, která má nenulové prvky pouze na hlavní diagonále

Dimenze vektorového prostoru - počet prvků báze se nazývá dim prostoru V

Dolní trojúhelníková matice - má nad diagonálou samé nuly

Ekvivlatentní soustavy rovnic - soust., pro kterou existuje řešení, se nazývá řešitelná, jinak neřešitelná; dvě sous. se nazývají ekvivalentní, jestliže mají tutéž množinu řešení

Elementární úpravy matice - jsou takové operace, které nemění hodnost matice (počet lineárně nezávislých řádků/sloupců). Jsou následující: 1)Záměna dvou řádků matice 2)Vynásobení řádku nenulovou konstantou 3)Přičtení jednoho řádku ke druhému 4)Vynechání nulového řádku 5)Libovolná z předchozích úprav aplikovaná na sloupce místo řádků

Epimorfismus - Nechť U,V jsou lineární vektorové prostory, nechť L:U->V je lineární zobrazení. Potom zobrazení L se nazývá epimorfismus, je-li na V, tj. pro každé y∈V existuje x∈U tak, že L(x)=y; ImL=V

Eukleidovský prostor - Nechť L je lineární vektorový prostor nad tělesem reálných čísel R. Potom zobrazení LxL→R splňující vlastnosti: (i) (x,y)≥0 ∀x∈L, (x,x)=0 **ó** x=0; (ii) (x,y)=(y,x) ∀x,y∈L;(iii) (λx,y)= λ(x,y) ∀x,y∈ L, λ∈R; (iv) (x+z,y)=(x,y)+(z,y) ∀x,y,z∈L; 1)(x,λy)=λ(x,y) 2)(x,y+z)=(x,y)+(x,z) 3) (0,x)=(x,0)=0 se nazývá skalární součin na prostoru L. Lin. vekt. pros. nad tělesem reálných čísel se skalárním součinem se nazývá euklidovský prostor

Gramova matice – $b_1, b_2...b_k \in V$ $G=[(b_i,b_j)]=\begin{pmatrix} (b_1b_1) & (b_1b_2) & (b_1b_k) \\ (b_2b_1) & \ddots & \vdots \\ (b_kb_1) & \cdots & (b_kb_k) \end{pmatrix}$, pro Gramovu matici G prvků $b_1, b_2...b_k$ platí 1)G je symetrická matice 2)G je regulární právě když, $b_1, b_2...b_k$ jsou lineárně nezávislé

Grupa - Zákl. vla. operací s vektory:cPokud množina splňuje všechny součtové operace, pak se nazývá komutativní (Abelova)G, pokud nesplňuje 1, ale 2, 3 a 4 jo, pak je to Grupa

Hlavní diagonála matice - Prvky $a_{11},a_{22},a_{33},...$, leží na hlavní diagonále matice, ta je tedy tvořena všemi prvky a_{ij}, kde i = j

Hlavní minor matice - Δ_i matice A je det matice tvořené prvními i řády a sloupci matice A; Jestliže A je čtvercová matice řádu n, potom pro každé p=1,...,n budeme det matice A[1,2,...,p/1,2,...,p] nazývat hlavní minor matice A řádu p

Hodnost matice - je číslo, které určuje počet lineárně nezávislých řádků matice; nechť A je matice typu m/n, lin. Obal všech řádkových (sloupcových) vektorů matice A se nazývá řádkový (sloupcový) vektor matice. Dimenze řádkového prostoru se nazývá hodnost matice r(A); dimenze řádkového a sloupcového prostoru je stejná, $r(A)=r(A^T)$

Homogenní soustava příslušná soustavě rovnic – Ax=b potom homogenní soustava příslušná k soustavě rovnic je Ax=0, použití při řešení nehomogenní soustavy

Homogenní soustava rovnic – Soustava rovnic se nazývá homogenní, jestliže $\vec{b}$=0

Horní trojúhelníková matice - má pod diagonálou samé nuly

Charakteristický polynom matice – det(λI-A), A je čtvercová matice řádu n, kořeny se nazývají vlastní čísla

Identická permutace – identické zobrazení množiny na sebe, κ(i)=i

Indefinitní kvadratická forma - Nechť κ je kv. forma na reálném lineárním vektorovém prostoru L konečné dimenze n. indefinitní => in(κ)=(k,z,d), k≠0,z≠0

Inercie kvadratické formy - je-li κ kvadratická forma na reálném lin. vektorovém prostoru L konečné dimenze n, potom inercie kvadratické formy κ je inercie matice A této kvadratické formy v libovolné bázi prostoru L. Píšeme in(κ)=in(A)

Inercie matice – nechť A je symetrická matice, označme k-počet kladných vlastních čísel, z-počet záporných vl.č., d-násobnost vl.č. 0, trojice (k,z,d) se nazývá inercie matice A in(A)

Inverze v permutaci – inverzí v permutaci π je dvojice čísel i<j, π(i)>π(j)

Inverzní matice - A^{-1} je inverzní matice jestliže $AA^{-1}=A^{-1}A=I$; čtvercová matice, ke které ex. matice inverzní, se nazývá regulární, jinak je singulární; inverzní matice je určena jednoznačně, každou matici hodnosti n lze elementárními úpravami převést na jednotkovou matici. Stejnou posloupností elementárních úpravou provedenou na jednotkovou matici, získáme A^{-1} tento postup se nazývá Jordanova eliminační metoda; $(A^{-1})^{-1}=A$, $(A^T)^{-1}=(A^{-1})^T$, $detA^{-1} = \frac{1}{detA}$; $A^{-1}= \frac{1}{detA}A^A$ přes adjungovanou matici

Inverzní permutace - permutace π^{-1} se nazývá inverzní k permutaci π, jestliže $\pi^{-1}\pi= \pi\pi^{-1}$=i (identita),tj. složení permutace a permutace k ní inverzní v jakémkoliv pořadí je identická permutace

Izomorfismus - Nechť U, V jsou lineární vektorové prostory, nechť L:U->V je lineární zobrazení. Potom zobrazení L se nazývá izomorfismus, je-li prosté a na prostor (bijekcí), tj. je-li to monomorfismus i dimorfismus; KerL={0} a ImL=V

Izomorfní vektorové prostory – vektorové prostory jsou izomorfní, jestliže mezi nimi ex. izomorfismus
Jádro lineárního zobrazení - množina všech prvků prostoru U, které se zobrazením L zobrazí do prvku 0, se nazývá jádro zobrazení L a značí se KerL KerL={x∈ U:L(x)=0}; L:U→V kerL je podprostor prostoru U a ImL je podprostor prostoru V (dim(kerL)+dim(ImL)=dimU)

Jednotková matice - řádu n je matice I = diag[1,1,...,1]; počet 1 n-krát

Jednoznačně řešitelná soustava rovnic - soustava, pro kterou existuje řešení, se nazývá řešitelná, jinak neřešitelná; pokud řešení ex. právě jedno, nazývá se soustava jednoznačně řešitelná;

Jordanova buňka – $J_\lambda=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 0\\ 0 & \lambda & 1\\ 0 & 0 & \lambda\end{pmatrix}$

Jordanův tvar matice – diagonální matice kde na diagonále jsou Jordanovi buňky $J=\begin{pmatrix}J_{\lambda_1} & 0 & 0\\ 0 & J_{\lambda_2} & 0\\ 0 & 0 & J_{\lambda_k}\end{pmatrix}$ čísla $\lambda_1, \lambda_2, \dots \lambda_k$ se nemusí od sebe různit, každá matice je v oboru C podobná matici v Jordanově tvaru
Komutativní grupa - D1) ke každým dvěma prvkům a, b je jednoznačně určen prvek a+b zvaný součet; S1) a+b=b+a; S2) (a+b)+c=a+(b+c); S3) a+0=0+a=a; S4) a+(-a)=(-a)+a=0; Pokud množina splňuje všechny součtové operace, pak se nazývá komutativní (Abelova) grupa
Komutující matice – čtvercové matice A, B spolu komutují jestliže AB=BA
Konečně generovaný vektorový prostor - konečná množina McV senová množina generátorů vek. prost. jestliže <M> = V; jestliže V obsahuje množinu generátorů, říkáme, že je konečně generovaný
Kongruentní matice – Nechť A, B jsou reálné čtvercové matice řádu n, říkáme, e matice A,B jsou kongruentní, jestliže existuje regulární matice T taková, že $B=T^TAT$
Kořen polynomu – číslo c ∈ C se nazývá kořen polynomu $p(x)$, jestliže $p(c) = 0$; c ∈ C je kořen poly. p(x) právě kdy p(x) je dělitelný polynomem (x-c), důsledek $p(x)=(x-c)q(x)$, st(q)=st(p)-1; každý poly. lze v C vyjádřit ve taru $p(x)=a_n(x-c_1)(x-c_2)\dots(x-c_n)$, kde $c_1,c_2\dots c_n$ jsou kořen p(x)
Kvadratická forma - Nechť ψ je symetrická Bilineární forma na prostoru V. Zobrazení κ:V→R definované κ(x)=φ(x,x) se nazývá kvadratická forma

Lichá permutace - složení lichého počtu transpozic; lichý počet inverzí

Lineárně závislé vektory – vektory $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots \vec{v_k}$ se nazývají lin. závislé, jestliže ex. netriviální lin. kombinace taková, že $\lambda_1\vec{v_1}+\lambda_2\vec{v_2}+\dots+\lambda_k\vec{v_k}=\vec{0}$
Lineární kombinace vektorů – vektor $\lambda_1\vec{v_1}+\lambda_2\vec{v_2}+\dots+\lambda_k\vec{v_k}$ se nazývá lineární kombinace vektorů $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots \vec{v_k}$
Lineární obal vektorů - M={v1 , v2 ,...} Množina <M> všech lineár.kombinací vektorů v; Lin. obal každé neprázdné množiny je pdoprostorem vektorového prostoru
Lineární operátor – Nechť V je vektorový prostor, potom lineární zobrazení L:V→V se nazývá lineární operátor; V je vek. prostor L:V→V lin. oper., A, B matice operátoru L ve dvou jeho bázích, potom A, B jsou podobné
Lineární zobrazení – Nechť U, jsou vektorové prostory, nechť L:U→V je zobrazení. L se nazývá lin. Zobr. (homomorfismus), jestliže pro každé x,y∈ U a pro každé λ∈ T platí: L(x+y)=L(x)+L(y), L(λx)=λL(x)
Matice bilineární formy – Matice A se nazývá matice bilineární formy v bázi $b_1 \dots b_n$
$$A = [\psi(b_i, b_j)] = \begin{pmatrix}\psi(b_1,b_1) & \cdots & \psi(b_1,b_n)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \psi(b_n,b_1) & \cdots & \psi(b_n,b_n)\end{pmatrix}$$
Matice lineárního zobrazení – matice A složená po sloupcích ze souřadnic obrazů báze prostoru U v bázi prostoru V se nazývá matice lin. Zobr. L:U→V; pro x∈U je L(x)=y právě když A$\hat{x}$ = $\hat{y}$; matice lin, zobr. Je určena jednoznačně; dim(ImL)=h(A); matice A je maticí izomorfní právě když A je regulární
Matice přechodu – Nechť $f_1 \dots f_n$; $g_1 \dots g_n$ jsou dvě báze prostoru U, L(x)=x identické zobrazení. Matice tohoto zobrazení vzhledem k bázím $f_1 \dots f_n$; $g_1 \dots g_n$ se nazývá matice přechodu od báze $f_1 \dots f_n$ k bázi $g_1 \dots g_n$; $\hat{x}$ souřadnice prvku x v bázi F, $\tilde{x}$ v bázi G, $T = (\widehat{g_1} \dots \widehat{g_n})$ matice přechodu od báze f k bázi G, T je regulární T$\tilde{x}$= $\hat{x}$, T^{-1} je matice přechodu od G k F $T^{-1}\hat{x}$= $\tilde{x}$
Matice soustavy rovnic – Nechť A je matice typu m/n $\vec{x}$ =$(x_1,x_2 \dots x_n)^T$ n-členný, $\vec{b}$=$(b_1,b_2 \dots b_n)^T$ m-členný vektor. Potom A$\vec{x}$ =$\vec{b}$ je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Matice A=(a_{ij}) se nazývá matice soustavy, matice A_R=(A|$\vec{b}$) rozšířená matice soustavy, vektor $\vec{x}$ vektor neznámých, vektor $\vec{b}$ vektor pravých stran

Matice typu mxn – m=n čtvercová, m≠n obdélníková, m řádků a n sloupců

Metrický prostor – Nechť V e prostor s normou, potom 1)ρ(x,y)≥0; ρ(x,y)=0↔x=y 2)ρ(x,y)=ρ(y,x)3)ρ(x,y)≤ρ(x,z)+ρ(z,y) 4)ρ(x+a,y+a)=ρ(x,y), 123 metr.prostor
Minor matice – det libovolné čtvercové podmatice řádu m matice A se nazývá minor řádu m matice A

Množina generátorů vektorového prostoru – konečná množina M Ì V se nazývá množina generátorů vek. prost. jestliže <M> = V; jestliže V obsahuje množinu generátorů, říkáme, že je konečně generovaný
Mocnina matice – Nechť A je čtvercová matice řádu n, potom mocninou matice je matice A^k definovaná A^0=I, A^1=A, A^k=$A*A^{k-1}$
Monomorfismus - Nechť U,V jsou lineární vektorové prostory, nechť L:U->V je lineární zobrazení. Potom zobrazení L se nazývá monomorfismus, je-li prosté, tj. pro každé x,y z U, x≠y je L(x)≠L(y); KerL={0}
Násobnost kořene polynomu – e číslo k takové, že p(x) je dělitelný $(x-c)^k$ a není dělitelný $(x-c)^{k+1}$

Negativně definitní kvadratická forma - Nechť κ je kv. forma na reálném lineárním vektorovém prostoru L konečné dimenze n. negativně definitní => in(κ)=(0,n,0)

Negativně semidefinitní kvadratická forma - Nechť κ je kv. forma na reálném lin. Vekt. prostoru L konečné dimenze n. negativně semidefinitní => in(κ)=(0,z,d),d≠0
Nehomogenní soustava rovnic – Sous. rovnic se nazývá nehomogenní, jestliže $\vec{b}$≠0
Neřešitelná soustava rovnic - soust., pro kterou existuje řešení, se nazývá řešitelná, jinak neřešitelná; pokud řešení ex. právě jedno, nazývá se sous. jednoznačně řešitelná; dvě sous. se nazývají ekvivalentní, jestliže mají tutéž množinu řešení
Netriviální lineární kombinace vektorů - vektor $\lambda_1\vec{v_1}+\lambda_2\vec{v_2}+\dots+\lambda_k\vec{v_k}$ se nazývá lin.kom. vektorů $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \dots \vec{v_k}$; jestliže pro alespoň jedno i je λ_i≠0 potom lin. komb. Nazývá netriviální; alespoň 1 koeficient≠0
Norma indukovaná skalárním součinem - Nechť L je euklidovský prostor. Potom zobrazení v:L→R definováno předpisem v(x)= $\sqrt{(x,x)}$ pro každé x ∈ L je norma na prostoru L, nazývána norma indukovaná skalárním součinem
Norma vektoru – V je vektorový prostor, funkce v:V→R se nazývá norma jestliže 1)v(x)≥0, v(x)=0↔x=0 2)v(λx)=$|\lambda|v$(x) 3) v(x+y)≤v(x)+v(y); norma v(x) se značí $\|x\|$
Nulová matice - $\forall i, j\ a_{i,j} = 0$

Nulový polynom – polynom p(x) = 0, jeho stupeň se nedefinuje

Nulový vektor – prvky vektorového prostoru nazýváme vektory, vektor $\vec{0}$ nulový
Obraz lineárního zobrazení - množina obrazů všech prvků prostoru U se nazývá obraz zobrazení L a značí se ImL ImL={y∈ U:∃x∈ U,L(x)=y}; L:U→V KerL je podprostor prostoru U a ImL je podprostor prostoru V (dim(KerL)+dim(ImL)=dimU)
Opačná matice – matice (-1)A=-A se nazývá opačná matice k matici A
Opačný vektor - $\vec{a}$+(-$\vec{a}$)=(- $\vec{a}$)+$\vec{a}$ =$\vec{0}$, prvek $-\vec{a}$ se nazývá opačný
Ortogonální báze – báze prostoru v tvořená navzájem ortogonálními vektory se nazývá ortogonální báze
Ortogonální doplněk podprostoru – V je eukleidovský prostor, U⊂V, množin všech x∈ V takových, že x⊥U se nazývá ortog. Doplněk prostoru $UU^\perp$; ortog. doplněk $U^\perp$ je podprostorem prostoru, navíc dimU+dim $U^\perp$=dimV, U+ $U^\perp$V, U∩ $U^\perp$=0, $(U^\perp)^\perp$=U
Ortogonální průmět vektoru do podprostoru – V je euklei. Prostor konečné dim, V_1 jeho podprostor, V_1=0, V_1=v, v∈V, v∉ V_1, Vektor v_0 se nazývá ortogonální průmět vektoru v do podprosotru v_1 jestliže v_0∈ V_1, (v-v_0)⊥V_1; $v_0=\lambda_1 b_1+\lambda_2 b_2\dots$ $\lambda_i=\frac{(v,b_i)}{(b_i,b_i)}$,
Ortogonální vektory – V je prostor se skalárním součinem, vektory x,y jsou ortogonální (kolmé) jestliže (x,y)=0
Ortonormální báze – báze prostoru V tvořena navzájem ortogonálními vektory se nazývá ortogonální báze $\lambda_i=\frac{(v,b_i)}{(b_i,b_i)}$, ∀x∈ V_1 je $\|v-x\| \geq \|v-v_0\|$a rovnost nastává jen při x=v_0, jsou-li navíc prvky báze velikosti 1 je to ortonormální báze
Permutace – bijekce konečné množiny do sebe; prosté zobrazení množiny na sebe, na množině s *n* prvky, je *n!* permutací; Permutace π se nazývá transpozice, jestliže ex. i≠j, π(i)=j,π(j)=i a pro k≠i,j π(k)=k; Každá permutace se dá vyjádřit jako složení konečného počtu transpozic. Transpozice: cyklus délky 2; Složení permutací: π(i)= $\pi_2(\pi_1(i))$, $\pi=\pi_1\pi_2=\pi_2 o \pi_1$, $\pi_1\pi_2\neq\pi_2\pi_1$; Perm.sudá (+): sudý počet transpozic, Perm.lichá (-): lichý počet transpozic
Podobná matice – matice A, B jsou podobné, jestliže ex. regulární matice T tak, že $A=TBT^{-1}$, podobné matice mají týž charakteristický polynom a vlastní čísla; V je vek. prostor L:V→V lin. Oper., A, B matice operátoru L ve dvou jeho bázích, potom A, B jsou podobné
Podprostor vektorového prostru – neprázdná podmnožina L' lin. vek.p. L nad tělesem T je podp. prostoru L, jestliže platí 1)x+y∈ L' ∀x,y∈ L' 2)λx∈ L', ∀λ∈ T, ∀x∈ L'
Polynom - Nechť C je těleso komplexních čísel, nechť a_0, a_1, ...a_n ∈C, a_0 ≠ 0. Funkce *p*:C → C definovaná předpisem $p(x) = a_0x^n + a_1^{x-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$ se nazývá polynom stupně *n*. Píšeme st(*p*) = *n*. Čísla $a_0, a_1, \dots a_n$ se nazývají koeficienty polynomu. a_0 absolutní člen, a_n vedoucí koeficient. Polynom p(x) = 0 se nazývá nulový polynom, jeho stupeň se nedefinuje
Pozitivně definitní kvadratická forma - Nechť κ je kvadratická forma na reálném lineárním vektorovém prostoru L konečné dimenze n. Potom kvadratická forma je: pozitivně definitní => in(κ)=(n,0,0);
Pozitivně semidefinitní bilineární forma - Nechť κ je kvadratická forma na reálném lineárním vektorovém prostoru L konečné dimenze n. Potom kvadratická forma je: in(κ)=(k,0,d),d≠0
Pozitivně semidefinitní kvadratická forma - Nechť κ je kvadratická forma na reálném lineárním vektorovém prostoru L konečné dimenze n. Potom kvadratická forma je: in(κ)=(k,0,d),d≠0
Regulární matice – čtvercová matice řádu n, potom h(A)=n, když detA≠0
Rovnost matic – matice A, B jsou si rovny A=B jestliže $\forall i, j\ a_{ij} = b_{ij}$
Rozšířená matice soustavy rovnic - Nechť A je matice typu m/n $\vec{x}$ =$(x_1,x_2 \dots x_n)^T$ n-členný, $\vec{b}$=$(b_1,b_2 \dots b_n)^T$ m-členný vektor. Potom A$\vec{x}$ =$\vec{b}$ je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Matice A=(a_{ij}) se nazývá matice soustavy, matice A_R=(A|$\vec{b}$) rozšířená matice soustavy, vektor $\vec{x}$ vektor neznámých, vektor $\vec{b}$ vektor pravých stran
Řádkový index - Nech't $a_{i,j}$ je prvek matice na místě (i,j), i je řádkový index
Řešení soustavy rovnic – vektor $\vec{x}$ pro který platí A$\vec{x}$ = $\vec{b}$ se nazývá řešení
Řešitelná soustava rovnic – soust., pro kterou existuje řešení, se nazývá řešitelná, jinak neřešitelná; pokud řešení ex. právě jedno, nazývá se sous. jednoznačně řešitelná; dvě sous. se nazývají ekvivalentní, jestliže mají tutéž množinu řešení
Řetězec zobecněných vlastních vektorů – uspořádaná k-tice $h_1,h_2 \dots h_k$ taková, že $(\lambda I-A)h_1=0$ $h_1\neq0$, $(\lambda I-A)h_2=-h_1$ ...$(\lambda I-A)h_k=-h_{k-1}$ se nazývá řetězec zobecněných vl. vektorů

Singulární matice – hodnost čtvercové matice se nerovná řádu matice, detA=0

Skalární součin vektorů - Lineární vektorový prostor nad tělesem komplexních čísel se skalárním součinem se nazývá unitární; skalární součin je zobrazení z VxV→C s vlastnostmi 1) (x,x)≥0, ∀x∈ L (x,x)=0⇔x=0, 2) (x,y)=$\overline{(y,x)}$, 3) (λx,y)=λ(x,y), 4) (x+z,y)=(x,y)+(z,y) ; eukleidovský prostor VxV→R splňující vlastnosti: 1)(x,λy)=λ(x,y) 2)(x,y+z)=(x,y)+(x,z) 3) (0,x)=(x,0)=0

Skládání permutací – $\pi(i)=\pi_2(\pi_1(i))$, $\pi=\pi_1\pi_2=\pi_2\circ\pi_1$; skládání perm. Není komutativní $\pi_1\pi_2 \neq \pi_2\pi_1$

Sloupcový index – Nech't $a_{i,j}$ je prvek matice na místě (i,j), j je sloupcový index

Součet matic – $A=(a_{i,j})$, $B=(b_{i,j})$ jsou matice téhož typu m/n, potom součet matic A+B je matice $C=(c_{i,j})$ typu m/n taková, že $c_{i,j}=a_{i,j}+b_{i,j}$; A+B=B+A, (A+B)+C=A+(B+C), A+0=0+A=A, $(A+B)^T=A^T+B^T$

Součet vektorů - D1)ke každým dvěma prvkům a,b je jednoznačně určen prvek a+b zvaný součet; S1)a+b=b+a; S2)(a+b)+c=a+(b+c);S3) a+0=0+a=a; S4)a+(-a)=(-a)+a=0;

Součin matic – A je matice m/p, B je p/n, A*B=C typu m/n a platí: (A+B)*C=AC+BC; A*1=A; A*0=0; A*(B*C)=(A*B)*C; λ*(A*B)=(λ*A)*B; $(A*B)^T=B^T*A^T$; AB≠BA

Souřadnice prostoru v dané bázi ↓

Souřadnice vektoru v dané bázi – $b_1 \ldots b_n$ je báze , v∈ V, $v=a_1b_1+a_2b_2+\ldots+a_nb_n$ potom koeficienty $a_1 \ldots a_n$ se nazývají souřadnice vektoru v bázi $b_1 \ldots b_n$ $\hat{v} = (a_1,a_2 \ldots a_n)^T$; 1) souř. Součtu se rovnají součtu souř. 2)souř. λ-násobku se rovnají λ-násobku souř.

Soustava m rovnic o n neznámých – Nechť A je matice typu m/n $\vec{x}=(x_1,x_2 \ldots x_n)^T$ n-členný, $\vec{b}=(b_1,b_2 \ldots b_n)^T$ m-členný vektor. Potom $A\vec{x}=\vec{b}$ je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Matice $A=(a_{ij})$ se nazývá matice soustavy, matice $A_R=(A|\vec{b})$ rozšířená matice soustavy, vektor $\vec{x}$ vektor neznámých, vektor $\vec{b}$ vektor pravých stran

Spektrum matice - množina všech vlastních čísel matice A

Stupeň polynomu - Nechť C je těleso komplexních čísel, nechť $a_0, a_1, \ldots a_n$ €C, $a_0 \neq 0$. Funkce p:C → C definovaná předpisem $p(x) = a_0x^n + a_1^{x-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ se nazývá polynom stupně n. Píšeme st(p) = n

Stupňovitý tvar matice – trojúhelníková matice, nad nebo pod diagonálou

Sudá permutace – složení sudého počtu transpozic; sudý počet inverzí

Symetrická bilineární forma – bil. F. se nazývá symetrická, jestliže ψ(x,y)=ψ(y,x) ∀ x,y; Nechť ψ je syme. Bi. F. na prostoru V. Zobrazení κ:V→R definované κ(x)=φ(x,x) se nazývá kvadratická forma; Nechť ψ_1 a ψ_2 jsou sym. Bi.f. takové, že $\psi_1(x,x)=\psi_2(x,x)$ $\forall x \in V$, potom $\psi_1=\psi_2$

Symetrická matice - čtvercová matce nxn, $a_{ij}=a_{ji}$; nechť A je reálná sym. Matice potom platí: všechna vlastní čísla matice A jsou reálná; ke každému vlastnímu číslu existuje reálný vlastní vektor; vlastní vektory příslušné k různým vlastním číslům jsou ortogonální (⊥); A(reálná sym. Matice), J(Jordanova. diag. matice), T(skládá se z ortogonálních vlast. vektorů); $A=TJT^{-1}$

Transponovaná matice – At j matice transponovaná k matici A jestliže $a_{ij}^T = a_{ji}$, $(A^T)^T=A$, $A^T=A$ právě když je symetrická

Transpozice – permutace, která přehodí 2 prky a ostatní nezmění; Permutace π se nazývá transpozice, jestliže ex. i≠j, π(i)=j,π(j)=i a pro k≠i,j je π(k)=k; Každá permutace se dá vyjádřit jako složení konečného počtu transpozic. Transpozice: cyklus délky 2

Triviální lineární kombinace vektorů - vektor $\lambda_1\overrightarrow{v_1}+\lambda_2\overrightarrow{v_2}+\ldots+\lambda_k\overrightarrow{v_k}$ se nazývá lin.kom. vektorů $\overrightarrow{v_1}, \overrightarrow{v_2}, \ldots \overrightarrow{v_k}$; jestliže pro alespoň jedno i je $\lambda_i \neq 0$ potom lin. komb. nazývá netriviální, v opačném případě triviální; všechny koeficienty=0, determinant≠0

Unitární prostor - Lineární vektorový prostor nad tělesem komplexních čísel se skalárním součinem se nazývá unitární; 1) (x,x)≥0, ∀x∈ L (x,x)=0⇔x=0, 2) (x,y)=$(\overline{y,x})$, 3) (λx,y)=λ(x,y), 4) (x+z,y)=(x,y)+(z,y)

Vedlejší diagonála matice - Prvky čtvercové matice $a_{1n}, a_{2,n-1}, a_{3,n-2}, \ldots, a_{n,1}$ leží na tzv. vedlejší diagonále, ta je tedy tvořena všemi prvky a_{ij}, kde j = n − i + 1.

Vedoucí koeficient polynomu - Nechť C je těleso komplexních čísel, nechť $a_0, a_1, \ldots a_n$ ∈C, $a_0 \neq 0$. Funkce p:C → C definovaná předpisem $p(x) = a_0x^n + a_1^{x-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$ se nazývá polynom stupně n. Píšeme st(p) = n. Čísla $a_0, a_1, \ldots a_n$ se nazývají koeficienty polynomu. a_0 absolutní člen, a_n vedoucí koeficient

Vektor neznámých - Nechť A je matice typu m/n $\vec{x}=(x_1,x_2 \ldots x_n)^T$ n-členný, $\vec{b}=(b_1,b_2 \ldots b_n)^T$ m-členný vektor. Potom $A\vec{x}=\vec{b}$ je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Matice $A=(a_{ij})$ se nazývá matice soustavy, matice $A_R=(A|\vec{b})$ rozšířená matice soustavy, vektor $\vec{x}$ vektor neznámých, vektor $\vec{b}$ vektor pravých stran

Vektor pravých stran - Nechť A je matice typu m/n $\vec{x}=(x_1,x_2 \ldots x_n)^T$ n-členný, $\vec{b}=(b_1,b_2 \ldots b_n)^T$ m-členný vektor. Potom $A\vec{x}=\vec{b}$ je soustava m lineárních rovnic o n neznámých. Matice $A=(a_{ij})$ se nazývá matice soustavy, matice $A_R=(A|\vec{b})$ rozšířená matice soustavy, vektor $\vec{x}$ vektor neznámých, vektor $\vec{b}$ vektor pravých stran

Vektorový prostor – neprázdná množina L se nazývá lin. vek. prostor nad tělesem T jestliže: D1: pro dva prvky jednoznačně přiřazen součet D2: jednoznačně určen násobek prvku S1: u +v =v+u (komutativita) S2: (u+v)+w= u+ (v+w)(asociativita) S3: exist. nulový prvek u+0=0+u=u S4: exist. opačný prvek u+(-u) = (-u) +u=0 N1: $(\lambda_1+\lambda_2)u=\lambda_1u+\lambda_2u$ N2: $\lambda_1(u+v)=\lambda_1u+\lambda_1v$ N3: $(\lambda_1\lambda_2)u=\lambda_1(\lambda_2u)$ N4: 1*u = u;

Vlastní číslo matice – kořeny charakteristického polynomu det(λI-A)=0; λ je vlastní číslo matice A, nenulový vektor h, takový, že $(\lambda_0I-A)h=0$ tj. $\lambda_0h=Ah$ se nazýá vlastní vektor matice; množina všech vlastních čísel matice A se nazývá spektrum matice A

Vlastní vektor matice - λ_0 je vlastní číslo matice A, potom nenulový vektor h takový, že $(\lambda_0I-A)h=0$, tj. $\lambda_0h=Ah$, se nazývá vlastní vektor matice A příslušný vlast. číslu λ_0

Vzdálenost vektorů – Nechť v je prostor s normou, potom číslo ρ(x,y)=$\|x-y\|$ nazýváme vzdálenost vektorů x, y; Nechť V je prostor s normou, potom 1)ρ(x,y)≥0; ρ(x,y)=0⟷x=y 2)ρ(x,y)=ρ(y,x)3)ρ(x,y)≤ρ(x,z)+ρ(z,y) 4)ρ(x+a,y+a)=ρ(x,y), 123 metr.prostor Nechť V e prostor s normou, potom 1)ρ(x,y)≥0; ρ(x,y)=0⟷x=y 2)ρ(x,y)=ρ(y,x)3)ρ(x,y)≤ρ(x,z)+ρ(z,y) 4)ρ(x+a,y+a)=ρ(x,y), 123 metr.prostor

Znaménko permutace - je +1, je-li permutace sudá, -1, je-li permutace lichá

λ-násobek matice - Je-li λ číslo, A = $[a_{ij}]$ matice typu m/n, potom matice typu m/n tvaru λA = $[\lambda a_{ij}]$ se nazývá násobek matice A číslem λ