

Semestrální práce z KIV/VSP

Markovské náhodné procesy a systémy hromadné obsluhy

Martin Sloup, A08N0111P

msloup@students.zcu.cz

20.12.1984, zadání č. 9

# Zadání:

Vytvořte markovský model pro elementární  SHO typu M/M/2 (parametry *λ* = 10.0, *μ* = 6.0) s délkou fronty omezenou na 1. Z modelu určete pravděpodobnosti, že přicházející požadavek:

* bude obsloužen bez čekání ve frontě,
* nebude vůbec obsloužen, tj. nevstoupí do SHO, protože se nevejde do fronty.

# Vypracování

Podle Kendallovy klasifikace má náš model 2 identické kanály. A ze zadání víme, že fronta má velikost 1. Zamyšlením získáme markovský diagram z Obrázku 1.



Obrázek 1 - Markovský diagram

Diagram na obrázku nám popisuje následující stavy:

* 0 – Oba kanály jsou prázdné
* 1 – Jeden z kanálů pracuje, fronta je prázdná
* 2 – Oba kanály pracují, fronta je prázndá
* 3 – Oba kanály pracují, fronta je plná

U stavů 2 a 3 při dokončení práce si vybíráme z 2 možných kanálů, proto zde je uvedena intenzita 2μ (= 12). Intenzita přicházejících požadavků zde bude λ (= 10). U prvního stavu je intenzita dokončené práce μ (= 6), protože vybíráme jen z jednoho kanálu.

Pro tento diagram sestavíme rovnice pravděpodobnosti stavů:

$p\_{0}$: $0=-λp\_{0}+μp\_{1}=-10p\_{0}+6p\_{1}$
$p\_{1}$: $0=-λp\_{1}-μp\_{1}+2μp\_{2}+λp\_{0}=10p\_{0}-16p\_{1}+12p\_{2}$
$p\_{2}$: $0= -λp\_{2}-2μp\_{2}+ 2μp\_{3}+λp\_{1}=10p\_{1}-22p\_{2}+12p\_{3}$
$p\_{3}$: $0=-2μp\_{3}+λp\_{2}=10p\_{2}-12p\_{3}$
 $1=p\_{0}+p\_{1}+p\_{2}+p\_{3}$

Rovnici vypočítáme vyjádřením jedné proměnné z rovnice a jejím dosazením do jiné rovnice, atd… Práci si lze ulehčit např. použitím Matlabu:

>> [-10 6 0 0; 10 -16 12 0; 0 10 -22 12; 0 0 10 -12; 1 1 1 1]\[0 0 0 0 1]

ans =

 0.191829

 0.319716

 0.26643

 0.222025

Dostaneme tak:

$$p\_{0}≐0,1918$$$$p\_{1}≐0,3197$$$$p\_{2}≐0,2664$$$$p\_{3}≐0,2220$$

Pravděpodobnost, že požadavek bude obsloužen bez čekání, vypočítáme součtem pravděpodobností stavů 0 a 1, tj. stavů, kdy před vstupem požadavku ani jeden z kanálů nepracuje nebo, jeden z kanálu pracuje:

$$p\_{bez čekání}=p\_{0}+p\_{1}=0,1918+ 0,3197=0,5115$$

Pravděpodobnost, že požadavek nebude obsloužen je totožná s pravděpodobností stavu 3, tj., že oba kanály pracují a fronta je plná.

$$p\_{nebude obsloužen}=0,2220$$

# Ověření výsledků pomocí program Markov2

Ověření výsledků bylo provedeno pomocí následujícího zdrojového kódu:

module MM2 [4];

#define size 4

#define lambda 10.0

#define mu 6.0

for (i; 0; size-2){

 [i]-> lambda [i+1];

}

[1]->mu [0];

for (i; 1; size-2){

 [i+1]->2 \* mu [i];

}

Programu Markov2 byl položen dotaz:

load "MM2" as buf

define size := 4;

select p[i] as pi from buf for i := 0 to size-1

Výsledkem tohoto dotazu byli limitní pravděpodobnosti stavů:

 pi

 0.191829

 0.319716

 0.26643

 0.222025

# Závěr

Dle zadání jsme určili pravděpodobnost, kdy bude požadavek obsloužen bez čekání (0,5115) a i pravděpodobnost, kdy požadavek nebude zpracován, z důvodu plné fronty (0,2220). Tyto hodnoty byly ověřeny pomocí programu Markov2.