Semestrální úloha KIV/VSP
2. práce - 2. příklad

Michal Bryxí - A08N0060P - picca@students.zcu.cz - 31.07.1986

2. listopadu 2009

1 Zadání

Do bufferu s neomezenou kapacitou přicházejí zprávy, doba mezi příchodem zpráv je náhodná a má exponenciální rozdělení s parametrem $\lambda = 9$. Zprávy jsou z bufferu vybírány (pokud tam nějaké jsou) opět náhodně, doba mezi po sobě jdoucími výběry zpráv je též náhodná a má exponenciální rozdělení s parametrem $\mu = 10$. S využitím markovského modelu určete:

- střední počet zpráv, které se v bufferu nachází
- kolik procent času při dlouhodobém sledování bude buffer prázdný
- jak často (průměrná perioda) se buffer úplně vyprázdní

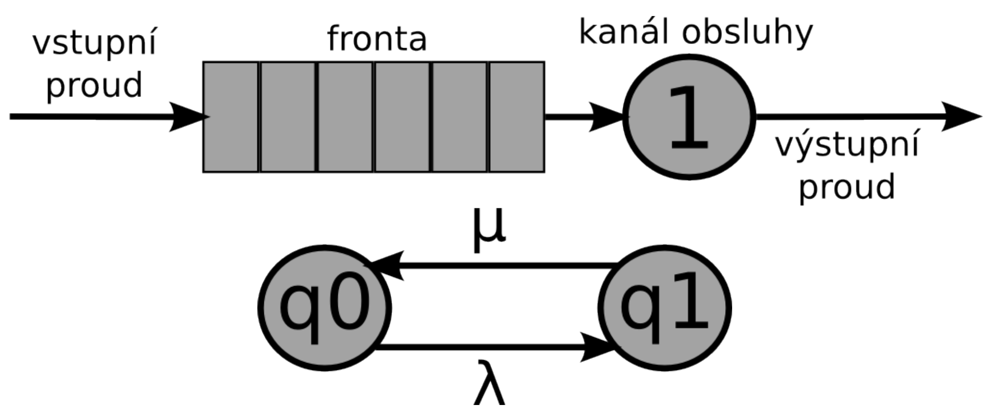
Poznámka: Pro numerický výpočet pomocí nástroje MARKOV počet stavů modelu nějak (rozumně) omezte.

2 Řešení

Vyjádříme si intenzitu provozu, čímž získáme počet potřebných kanálů:

$$u = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{9}{10} \doteq 1$$

Systém hromadné obsluhy tedy bude vypadat následovně:



Stav modelu q_0 odpovídá stavu prázdné fronty a stav q_1 znamená, že fronta něco obsahuje.

2.1 Zadané parametry

V zadání jsme dostali:

$$\lambda = 9[s^{-1}]$$
$$\mu = 10[s^{-1}]$$

2.2 Vstupní proud

Ze zadání víme, že do bufferu přicházejí zprávy náhodně s exponenciálním rozdělením. Zvolme si tedy distribuční funkci pravděpodobnostního rozdělení časového intervalu mezi příchody požadavků jako:

$$F_a(t) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-9t}$$

A střední perioda příchodů tedy bude:

$$T_a = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{9} = 0,\overline{1}[s]$$

2.3 Kanál obsluhy

Ze zadání víme, že distribuční funkce pravděpodobnostního rozdělení doby obsluhy bude:

$$F_s(t) = 1 - e^{-\mu t} = 1 - e^{-10t}$$

Z fronty tedy bude vybírán střední počet požadavků za jednotku času:

$$T_s = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{10} = 0,1[s]$$

2.4 Systém hromadné obsluhy

Protože do vstupního proudu přichází zprávy s náhodným exponenciálním rozdělením a zrovna tak do výstupního proudu odchází zprávy s náhodným exponenciálním rozdělením je zřejmé, že se jedná podle *Kendallovy* klasifikace elementárních SHO o typ *M/M/1/*∞*/FIFO*.

Díky klasifikaci SHO jsme schopni dále dopočíst zatížení obslužného kanálu:

$$\rho = \frac{1 * T_s}{m * T_a} = \frac{1 * \lambda}{m * \mu} = \frac{1 * 9}{1 * 10} = 0.9 < 1$$

Z tohoto zatížení kanálu je vidět, že se jedná o stacionární režim a že nám na obsluhu jeden kanál stačí, neboli že se fronta nikdy nezahltí. Protože nám zatížení vyšlo *90%* je zřejmé, že zbylých <u>*10%*</u> času kanály neobsluhují žádný požadavek, nebo-li je buffer prázdný. Střední hodnotu počtu požadavků akumulovaných v SHO určíme takto:

$$L_q = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.9}{1-0.9} = \frac{0.9}{0.1} = 9$$

Střední počet požadavků v kanálech je:

$$L_s = m\frac{\lambda}{\mu} = 1 * \frac{9}{10} = 0.9$$

Střední počet zpráv, které se v bufferu nachází tedy je:

$$L_w = L_q - L_s = 9 - 0.9 = \underline{8.1}$$

Střední dobu průchodu požadavku spočítáme podle *Littleových* vzorců:

$$T_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{9}{9} = 1[s]$$

Střední frekvence přechodu do stavu $q0$ spočítáme následovně:

$$f = p_1 * \mu = \rho^1(1-\rho) * \mu = 0.9 * (1 - 0.9) * 10 = 9 * 0.1 = 0.9$$

Z frekvence určíme dobu:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.9} = \underline{1.\overline{1}[s]}$$

3 Výsledky

- střední počet zpráv, které se v bufferu nachází = *8.1*
- kolik procent času při dlouhodobém sledování bude buffer prázdný = *10%*
- jak často (průměrná perioda) se buffer úplně vyprázdní = *1.11 s*