JAZYK VÝROKOVÉ LOGIKY

Definice:

Označme

$$V = \{\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \Leftrightarrow, (,), A, B, C, ...\}$$

abecedu jazyka výrokové logiky, kde $A, B, C, ...$ označují výrokové proměnné.

1. Každá výroková proměnná je výrokovou formulí.
2. Jestliže $\mathcal{A}$ a $\mathcal{B}$ jsou výrokové formule, pak také $(\neg\mathcal{A})$, $(\mathcal{A} \wedge \mathcal{B})$, $(\mathcal{A} \vee \mathcal{B})$, $(\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$ a $(\mathcal{A} \Leftrightarrow \mathcal{B})$ jsou výrokové formule.
3. Žádné jiné výrokové formule než podle bodů 1 a 2 neexistují.

Jazykem výrokové logiky nad abecedou V potom nazýváme množinu všech výrokových formulí správně vytvořených ze symbolů abecedy V.
Abeceda V může být konečná nebo nekonečná, takto definované jazyky budou vždy nekonečné.

LOGICKÉ VYPLÝVÁNÍ:

1. Formule $\mathcal{B}$ logicky vyplývá z formulí $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, ..., \mathcal{A}_k$ tehdy a jen tehdy, když formule $(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2 \wedge ... \wedge \mathcal{A}_k) \rightarrow \mathcal{B}$ je výrokovou tautologií.

2. Formule $\mathcal{B}$ logicky vyplývá z formulí $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, ..., \mathcal{A}_k$ tehdy a jen tehdy, když formule $(\mathcal{A}_1 \wedge \mathcal{A}_2 \wedge ... \wedge \mathcal{A}_k \wedge \neg\mathcal{B})$ je výrokovou kontradikcí.

Pravidlo odloučení (*modus ponens*) :

Jsou-li formule $\mathcal{A}$ a $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$ výrokovými tautologiemi, pak i formule $\mathcal{B}$ je výrokovou tautologií.

ZÁKLADNÍ AXIOMY VÝROKOVÉ LOGIKY :

$$(\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A})) \qquad (*)$$

$$((\mathcal{A} \rightarrow (\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C})) \rightarrow ((\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}) \rightarrow (\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{C}))) \qquad (**)$$

$$((\neg\mathcal{B} \rightarrow \neg\mathcal{A}) \rightarrow ((\neg\mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B})) \qquad (***)$$