TEORIE A MODELY

Předpoklady:

1) Zvolíme nějaký soubor axiomů výrokové logiky, např. tři základní.
2) K axiomům přidáme další pravdivé formule – tzv. *mimologické axiomy*.

Závěr:

Dedukcí můžeme odvozovat další logické formule, které budou pravdivé ve všech světech, ve kterých jsou pravdivé dané mimologické axiomy.

Formální definice:

Označíme T nějakou množinu formulí jazyka výrokové logiky. Tyto formule vezmeme jako *mimologické axiomy*.

Množinu T budeme nazývat **teorií jazyka výrokové logiky**.

Důkazem (odvozením) formule $\mathcal{A}$ z teorie T je konečná posloupnost formulí taková, že její poslední člen je formule $\mathcal{A}$ a každá z předchozích formulí

- je axiom výrokové logiky,
- patří do T nebo
- se získá z předchozích formulí odvozením (aplikací pravidla *modus ponens*).

Potom říkáme, že formule $\mathcal{A}$ je **formálně dokazatelná z teorie** T, resp. $\mathcal{A}$ je **teorém** v T.

Zapíšeme

$$T \vdash \mathcal{A} \quad .$$

Definice:

Říkáme, že teorie T je **sporná**, pokud lze najít nějakou formuli $\mathcal{A}$ takovou, že $T \vdash \mathcal{A}$ a $T \vdash \neg\mathcal{A}$. V opačném případě se teorie nazývá **bezesporná**.

Důležitou vlastnost odvozování popisuje tzv. *věta o dedukci*.

Má-li abeceda jazyka k symbolů, existuje 2^k různých modelů (2^k řádků v pravdivostních tabulkách) .

Označíme-li M nějaký model jazyka výrokové logiky a $\mathcal{A}$ je formulí tohoto jazyka, potom model M přiřazuje pravdivostní hodnotu všem výrokovým proměnným v $\mathcal{A}$ a pravdivostními tabulkami lze vyhodnotit pravdivostní hodnotu formule $\mathcal{A}$.

Pokud model M vede k vyhodnocení formule s pravdivostní hodnotou `true` , řekneme, že formule $\mathcal{A}$ **je pravdivá v modelu** M a píšeme

$$M \models \mathcal{A} \quad .$$

Definice:
Formule $\mathcal{A}$, která je pravdivá ve všech možných modelech, je

výrokovou tautologií ,

formule $\mathcal{A}$, která je nepravdivá ve všech modelech, je

výrokovou kontradikcí .

Definice:
Označme T teorii jazyka výrokové logiky a M model tohoto jazyka. Když $M \models \mathcal{A}$ pro všechny formule $\mathcal{A} \in T$, potom řekneme, že

M je **modelem teorie** T .

Definice:
Jestliže v každém modelu M teorie T je formule $\mathcal{A}$ pravdivá, potom formule $\mathcal{A}$ **logicky vyplývá** z teorie T , což zapíšeme

$$T \models \mathcal{A} \quad .$$