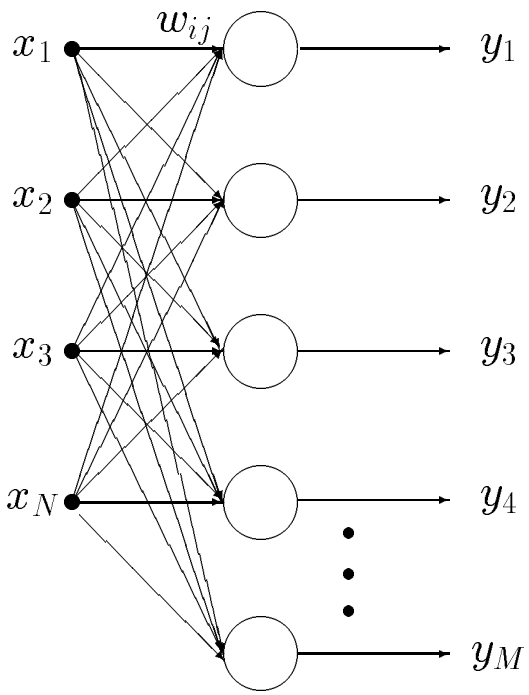
Lineární asociativní paměť (LAM)



- jednovrstvá síť s dopředným šířením a pevnými vahami,
- vstupní vektory mohou být binární (0/1), popř. reálné

Výstupní hodnoty neuronů:

- pro reálné vstupy

$$y_i = \sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_j, \qquad pro \quad i = 1, ..., M$$

- pro binární vstupy

$$y_i = f_H(\sum_{j=1}^{N} w_{ij} x_j - \Theta_i), \qquad pro \quad i = 1, ..., M$$

Použití:

- hetero/auto asociativní paměť
- rekonstrukce neúplných a šumem poškozených obrazů

Reálné vstupy

Nastavení váhových koeficientů pro asociační seznam L

$$L = \{(B^1, A^1), ..., (B^P, A^P)\}$$

vstup – $B^k = [b_1^k, ..., b_N^k]^T$
výstup – $A^k = [a_1^k, ..., a_M^k]^T$

$$w_{ij} = \sum_{s=1}^{P} a_i^s b_j^s, \qquad pro \;\; i = 1, ..., N; \;\; j = 1, ..., M$$

nebo maticově

$$\mathbf{W} = [w_{ij}] = \mathbf{A}\mathbf{B}^T,$$

kde $\mathbf{A} = [M \times P] = [A^1, ..., A^P], \quad \mathbf{B} = [N \times P] = [B^1, ..., B^P]$

Odezva sítě na vstupní vektor $X = [x_1, ..., x_M]^T$:

$$Y = \mathbf{W}X = \mathbf{A}\mathbf{B}^T X = \sum_{s=1}^{P} (B^s X) A^s,$$

tj. výstup je lineární kombinace vektorů A^s s koeficienty určenými skalárním součinem $B^s X$. Jsou-li vstupní vektory ortonormální, je výstup shodný s obrazem uloženým v asociativní paměti.

Kapacita sítě (maximální počet uchovaných vzorů):

$$P \leq N,$$

kde P je počet vzorů uchovávaných v paměti, N je rozměr vstupního vektoru.

Binární vstupy:

Nastavení váhových koeficientů w_{ij} **a prahů** Θ_i pro asociační seznam L

$$w_{ij} = \sum_{s=1}^{P}(2a_i^s - 1)(2b_j^s - 1) \quad pro\ i = 1, ..., N;\ j = 1, ..., M$$

$$\Theta_i = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N} w_{ij} \qquad\qquad pro\ \ i = 1, 2, ..., M$$

Odezva sítě

$$y_i = \begin{cases} 0 & \sum_{j=1}^{M}(w_{ij}x_i - \Theta_i) \leq 0, \\ 1 & \sum_{j=1}^{M}(w_{ij}x_i - \Theta_i) > 0 \end{cases}$$

Příklad: Asociační seznam $L = \{([1011]^T, [1011]^T), ([0101]^T, [0101]^T)\}$

$$\mathbf{W} = (2\mathbf{A} - \mathbf{1})(2\mathbf{B} - \mathbf{1})^T = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Theta} = \tfrac{1}{2}\sum_{j=1}^{M} w_{ij} = [\ 1\ \ -1\ \ 1\ \ 1]^T$$

Testovací vektor $\mathbf{X} = [\ 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1\ ]^T$

$$\mathbf{Wx} - \mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & -2 & 0 \\ 2 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y} = f_H(\mathbf{Wx} - \mathbf{\Theta}) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$