VĚTA O DEDUKCI

Jestliže $T \cup (\mathcal{A}) \vdash \mathcal{B}$, pak $T \vdash (\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B})$, kde $\mathcal{A}$ a $\mathcal{B}$ jsou formule výrokové logiky. Jestliže tedy z teorie T a nějaké formule $\mathcal{A}$ je formálně dokazatelná formule $\mathcal{B}$, pak z teorie T je formálně dokazatelná formule $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$.

Poznámka: Důkaz věty o dedukci vychází z dané soustavy axiómů a lze ho najít prakticky v každé literatuře zabývající se matematickými základy logiky.

Příklad:

Dedukcí lze dokázat, že obsahuje-li teorie T nějakou formuli a současně i její negaci (teorie T je sporná), lze z této teorie odvodit každou formuli. Předpokládejme tedy, že $T = \{ \mathcal{A}, \neg \mathcal{A} \}$, a dokážeme formuli $\mathcal{B}$ (libovolnou):

1.	$\mathcal{A}$	MA 1
2.	$\neg \mathcal{A}$	MA 2
3.	$\mathcal{A} \rightarrow (\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A})$	Axióm (*) dosazením $\neg \mathcal{B}$ za $\mathcal{B}$
4.	$\neg \mathcal{A} \rightarrow (\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A})$	Axióm (*) dosazením $\neg \mathcal{A}$ za $\mathcal{A}$ a $\neg \mathcal{B}$ za $\mathcal{B}$
5.	$\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}$	MP 1, 3
6.	$\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A}$	MP 2, 4
7.	$(\neg \mathcal{B} \rightarrow \neg \mathcal{A}) \rightarrow ((\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B})$	Axióm (***)
8.	$(\neg \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{A}) \rightarrow \mathcal{B}$	MP 6, 7
9.	$\mathcal{B}$	MP 5, 8

O formuli $\mathcal{B}$ nebyly učiněny žádné předpoklady, lze tedy ze sporných axiómů $\neg \mathcal{A}$, $\mathcal{A}$ odvodit libovolnou formuli $\mathcal{B}$.