

Union & Find

Dáno N objektů rozdělených do disjunktních množin.

Úlohy:

1. Zjistěte, zda 2 objekty jsou ve stejné množině
2. Spojte 2 množiny

Dotazů i objektů může být mnoho.

1.VERZE: Quick-find

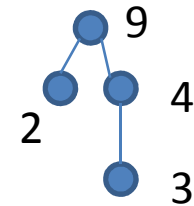
- Celočíselné pole $id[]$ velikosti N – kam i patří (jeho číslo komponenty)
- Př.:

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$id[i]$	0	1	9	9	9	6	6	7	8	9
- Find: p a q mají stejné id – 2 operace
- Union: změnit všechna $id[p]$ na $id[q]$ – může se změnit až N hodnot
- Pro M operací může potřebovat MN - drahé

2.VERZE: Quick-union

- Celočíselné pole $id[]$ velikosti N – kdo je otcem i

• Př.: i 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 $id[i]$ 0 1 9 4 9 6 6 7 8 9



- Find: p a q mají stejný kořen
- Union: změnit id [kořen prvku q] na id [kořen prvku p] – napřed nutný Find
- Find (a tedy i Union) může potřebovat N kroků

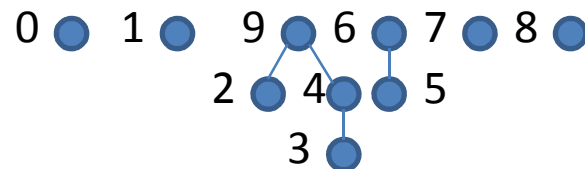
Vylepšení 1: Vážený quick-union (1)

- Cíl úpravy: Držet malé stromy
- Památovat si hloubku stromu, málo hluboké stromy připojovat k hlubokým

Př.: Union $p=5$ a $q=3$

Hloubka: 1 1 4 2 1 1

Prvky:



Quick union: pověsí $\text{root}(q) = 9$ na $\text{root}(p) = 6$

Vážený quick-union: pověsí 6 na 9

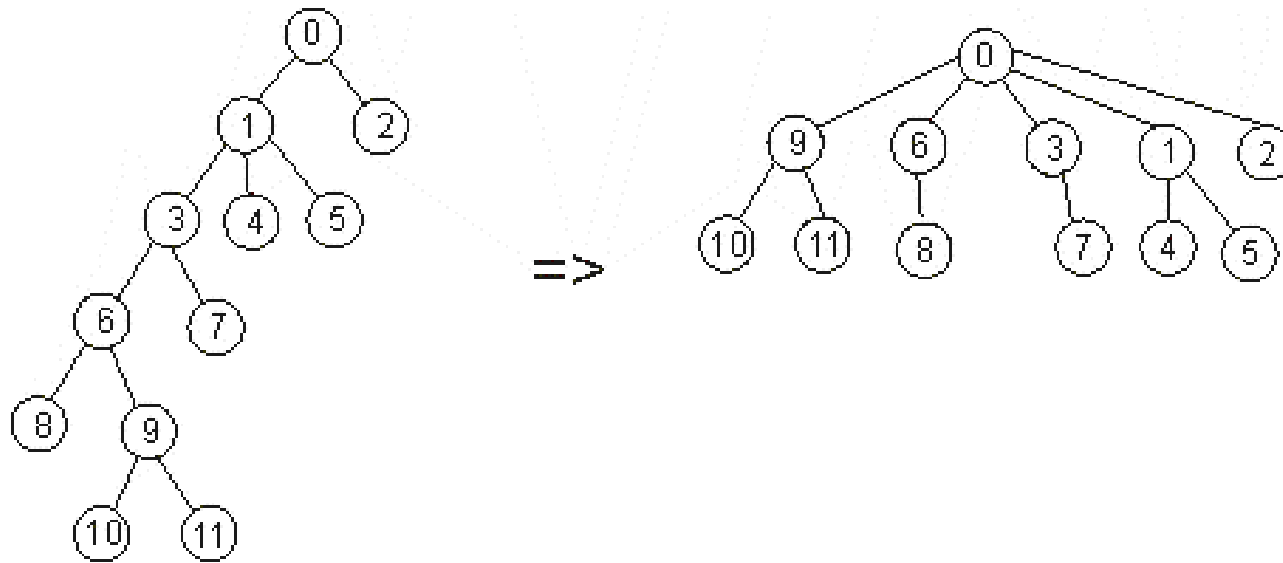
Vylepšení 1: Vážený quick-union (2)

- Find: čas úměrný hloubce p a q
- Union: pokud dány kořeny, konst. čas; jinak napřed nutný Find
- Hloubka stromu nejvýše $\lg N \Rightarrow$ Union, Find potřebují $\lg N$

Vylepšení 2: Komprese cesty (1)

- Po určení kořene prvku i nastavit id každého prozkoumaného uzlu na $\text{root}(i)$

Př.: $\text{root}(9)$



Vylepšení 2: Kompresa cesty (2)

- Počínaje prázdnou dat.strukturou, M operací Union a Find na N objektech zabere teoreticky $O(N+M \lg^* N)$, v praxi lineární chování
- Kombinace obou vylepšení: $O(M+N) \lg^* N$
- $\lg^* N$ – kolikrát vezmeme \lg čísla, než dojdeme k 1 (Př.: $\lg^* 65536=4$, $\lg^* 65536$
 $\lg^* 16=3$, $\lg^* 4=2$, $\lg^* 2=1$, $\lg^* 1=0$)

Užití: praktické problémy obrovské velikosti – spojitost sítí, zpracování obrazu, ekvivalence stavů koneč.automatů, MST, hry typu Go, ...