

Katedra informatiky a výpočetní techniky

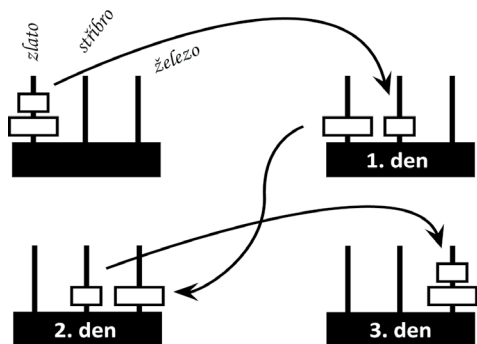
Fakulta aplikovaných věd
Západočeská univerzita
<http://informatika.zcu.cz>
<http://www.kiv.zcu.cz>

HANOJSKÉ VĚŽE

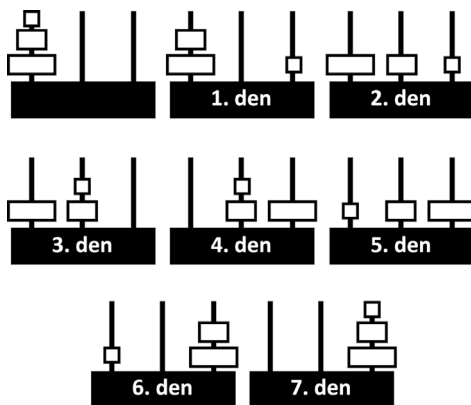
V jednom klášteře vysoko v horách mají mniši pozoruhodný hlavolam. Na zlaté tyči je podle velikosti navlečeno 64 diamantových kruhů. Vedle ní stojí tyč stříbrná a tyč železná. Mniši každý den přesunou jeden kruh z jedné tyče na druhou, mohou ovšem položit jen menší kruh na větší. Až kruhy přemístí ze zlaté tyče na tyč železnou, klášter zmizí a spolu s ním celý svět.



Jak se na legendu dívá počítačový odborník? Kdyby byl kruh jenom jeden, měli by mniši úkol snadný – zkrátka by ho přemístili ze zlaté tyče na železnou. Kdyby byly kruhy dva, přemístí malý kruh na stříbrnou tyč, velký kruh na železnou a nakonec malý kruh ze stříbrné tyče na železnou, konec světa by tedy nastal za tři dny.



Pokud máme kruhy tři, zkusíme na to jít od lesa. Ukázali jsme si, že dva kruhy přemístit dokážeme. Přemístíme je tedy na stříbrnou tyč, to nám bude trvat tři dny. Pak přemístíme největší kruh na železnou tyč, to nám zabere čtvrtý den. A pak budeme od pátého dne opět tři dny přemísťovat kruhy ze stříbrné tyče na železnou, to také umíme. Celkem nám hlavolam zabere sedm dní.



Máme-li přemístit větší počet kruhů, označme si ho N , uděláme to stejně. Nejdřív přemístíme $N - 1$ kruhů na stříbrnou tyč (to umíme), pak přemístíme největší kruh a nakonec přemístíme kruhy ze stříbrné tyče na železnou. Řešení, které jsme našli, se odborně nazývá rekurzivní. To znamená, že na řešení hlavolamu s N kruhy potřebujeme umět řešit hlavolam s $N - 1$ kruhy, na ten musíme umět řešit hlavolam s $N - 2$ kruhy a tak dále, až dojdeme k řešení hlavolamu s jedním kruhem, který je lehký.

A jak jsou na tom naši mniši? Dá se přijít na to, že na přemístění všech 64 kruhů budou potřebovat $2 \cdot 64 - 1$ dní, což je přesně 18 446 744 073 709 551 615 dní, neboli asi 50 000 000 000 000 000 let – takže máme čas.

Počítačovní odborníci často zkoumají, jak lze daný problém (například hanojských věží) řešit, případně jak ho řešit co nejrychleji. Ukázali, že výše uvedené řešení je nejrychlejší možné.