1 ELEKTROMAGNETICKÉ VLNĚNÍ

$$(1)\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho \qquad (3)\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(2)\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \qquad (4)\ \operatorname{rot} \vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Maxwellovy rovnice

- tyto rovnice vyjádřily poznatky známé již dříve, dokázaly však předpovědět možnost existence dosud neznámých dějů v elmag. poli, které by měli charakter vlnění ⇒ elektromagnetické vlny

$$\Delta \vec{u} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}$$ vlnová rovnice (obecný tvar)

$$\vec{u} = \vec{u}\left(t - \frac{x}{c}\right)$$ obecná výchylka hm. bodu

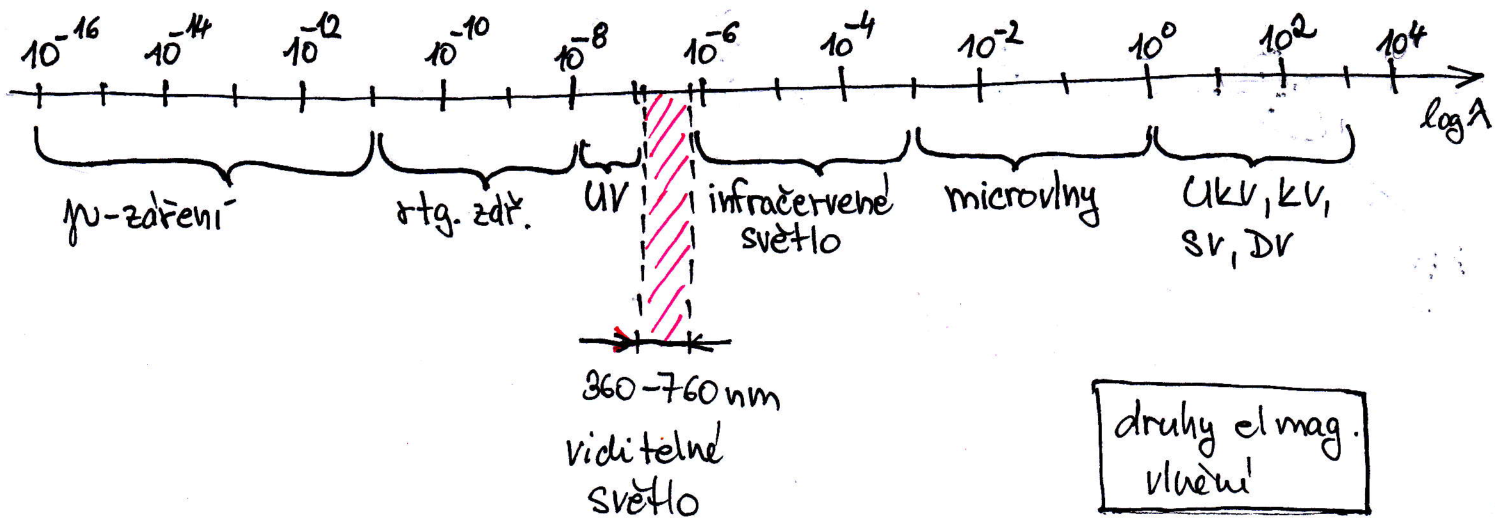
$$\Delta \vec{E} = \varepsilon \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{B} = \varepsilon \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

vlnové rovnice elektromagnetického vlnění

- jestliže tedy pro veličiny elmag. pole byly nalezeny vztahy, formálně matematicky shodné s mechanickou vlnovou rovnicí, znamenalo to objev nového, experimentálně nepotvrzeného druhu postupného vlnění, které může probíhat v elmag. poli ⇒ elektromagnetické vlnění

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon \mu$$ porovnání konstant ⇒ $$c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \mu}}$$ fázová rychlost elmag. vlnění



fáz. rychlost ve vakuu: $c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon \mu}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} \approx 2{,}998 \cdot 10^8$ m/s

⇒ velmi shodné s rychlostí světla ⇒ dedukce, že světlo je elmag. vlnění

<u>Pozn.:</u> mnohokrát opak. měření světla → velmi přesná hodnota ⇒ dnes absolutně přesná veličina (nulová abs. i relativní chyba)

$c = 299\ 792\ 458$ m/s

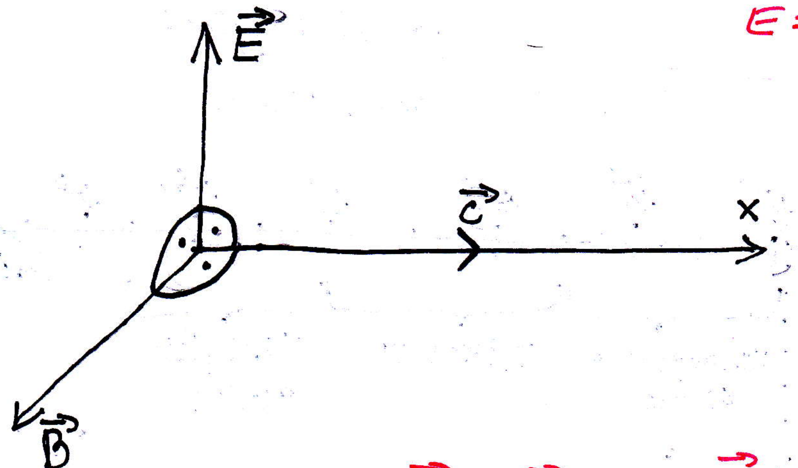
<u>Směry vektorů elmag. veličin v elmag. vlnění</u>

$B = E = 0$ ⇒ $\boxed{\vec{B} = \frac{1}{c} \cdot \vec{i} \times \vec{E}}$ ⇒ vektor magnetické indukce je kolmý na vektor el. intenzity a na směr rychlosti šíření vlny:

$\left.\boxed{\begin{array}{l}\vec{B} \perp \vec{E} \\ \vec{B} \perp \vec{i}\,(\vec{c})(x)\end{array}}\right\}$ směry vektorů ... a pro velikosti těchto vektorů platí:

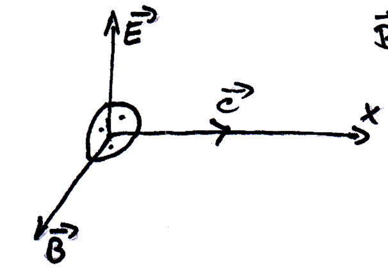
$\boxed{E = c \cdot B}$ vztah mezi elektrickými a magnetickými veličinami

V elektromag. ~~pole~~ vlnění jsou elektrické a magnetické veličiny kolmé na směr šíření vlny a na sebe navzájem, přičemž jejich $\underbrace{\text{velikosti jsou vzájemně přímo úměrné}}_{E = c \cdot B}$.



$\vec{B} \perp \vec{E}$ $\vec{B} \perp \vec{i}$ $\vec{E} \perp \vec{i}$

② POLARIZACE ELMAG. VLNĚNÍ

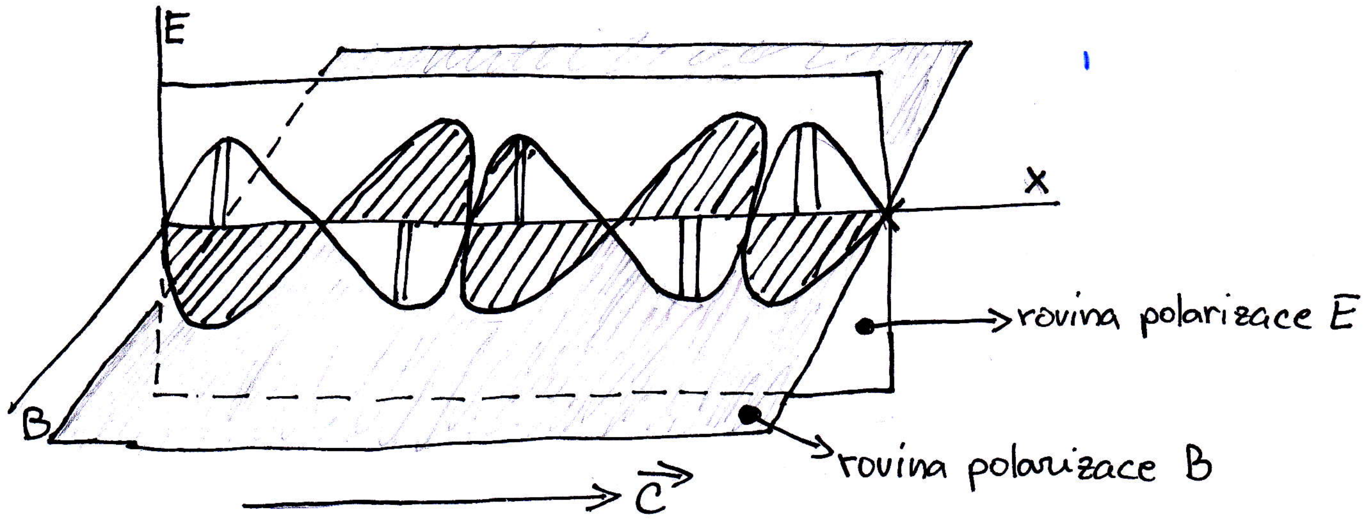


$\vec{B} \perp \vec{E}$ $\quad \vec{B} \perp \vec{i}$ $\quad \vec{E} \perp \vec{i}$

→ obr. může vést k představě, že i směry vektorů ($\vec{E}, \vec{B}$) jsou v prostoru pevně „zafixovány" → to by bylo velmi výhodné ⇒ nastává u lineárně polarizovaného vlnění

Lineárně polarizované vlnění

- „elektrická vlna" i „magnetická vlna" mají svoji rovinu polarizace → obě tyto roviny jsou na sebe kolmé – nastává pouze ve zvláštních případech



- vlnová rovnice elektrické intenzity $\Delta \vec{E} = \varepsilon \cdot \mu \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ je vektorová rovnice ⇒ můžeme ji tedy rozložit do složek
- vektor $\vec{E}$ je vždy kolmý na směr šíření vlny (osa x), proto můžeme ihned napsat x-ovou souřadnici $E_x = 0$
- dále budeme hledat řešení pro E_y a E_z (z důvodu názornosti si vybereme spec. tvar fce – „sinusovku", která popisuje harmonické vlnění

Harmonické vlnění

$$E_y = E_{0y} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t - k_1 \cdot x + \varphi_1)$$
$$E_z = E_{0z} \cdot \sin(\omega_2 \cdot t - k_2 \cdot x + \varphi_2)$$

rovnice nejsou zcela nezávislé ⇒ ⇒ nakonec musí tvořit souřadnice jednoho vektoru vlnění

- skládání dvou vlnění = skládání dvou kmitů
- rovnice představují pro libovolné místo (souřadnici x) navzájem kolmé ⇒ skládání kolmých kmitů má smysl pouze za podm. rovnosti frekvencí:

$$\omega = 2\pi f = \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \lambda_1 = \lambda_2$$ (shodnost vlnových délek) ⇒

⇒ $k = \frac{2\pi}{\lambda} = k_1 = k_1$ (shodnost úhlových vlnočtů – vel. vlnových vektorů)

⇓

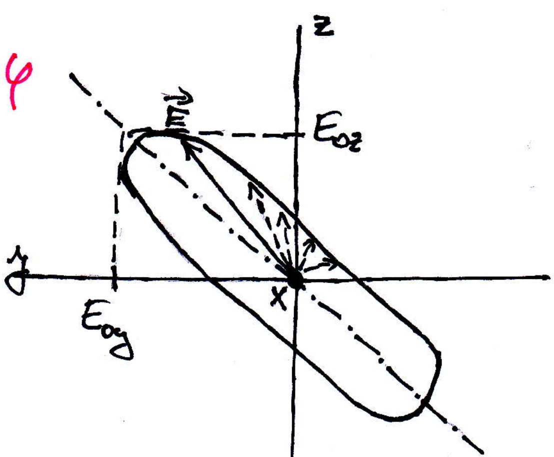
$$\boxed{\begin{aligned} E_y &= E_{0y} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_1) \\ E_z &= E_{0z} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x + \varphi_2) \end{aligned}}$$

obecné řešení elmag. vlnění

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ fázový rozdíl vlnění

Rovnice elipsy ve středové poloze

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right) \cdot \cos\varphi = \sin^2\varphi$$



- koncový bod vektoru $\vec{E}$ leží na elipse
- s postupem času vlnění mění argument harm. kmitů a bod se posouvá
- vektor $\vec{E}$ se otáčí kolem ~~osy~~ počátku souřadnic ve směru zřejmě závislém na fázovém rozdílu φ kmitů souřadnic
- tento tvar elektromagnetického (i jiného) vlnění se nazývá eliptický polarizované vlnění

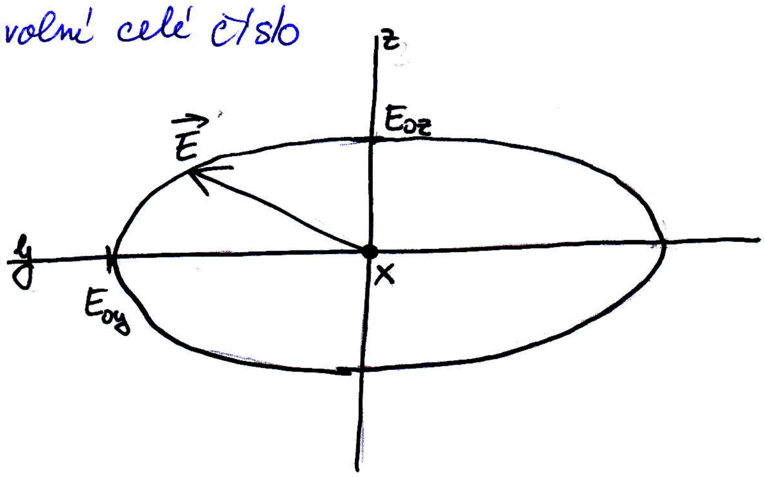
- tvar elipsy závisí zejména na hodnotě fázového rozdílu φ

⇒ lze vyčlenit speciální případy

a) $\boxed{\varphi = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi}$ fázový rozdíl, k je libovolné celé číslo

$$\Rightarrow \boxed{\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_{0z}}\right)^2 = 1}$$

rovnice elipsy v osové poloze

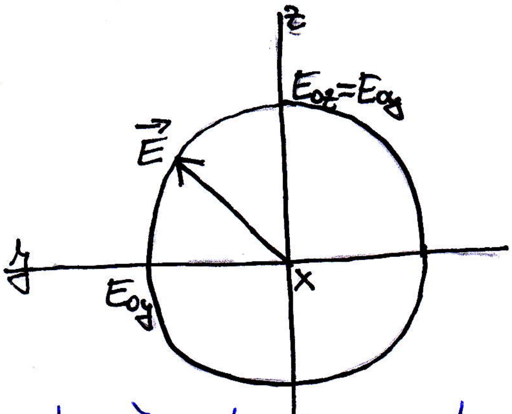


b) navíc současně stejné amplitudy $\boxed{E_{0y} = E_{0z}}$

⇒ vykrátíme a získáme rovnici kružnice

$$\boxed{E_y^2 + E_z^2 = E_{0y}^2}$$

rce kružnice



- elmag. vlnění je v tomto případě kruhově polarizované

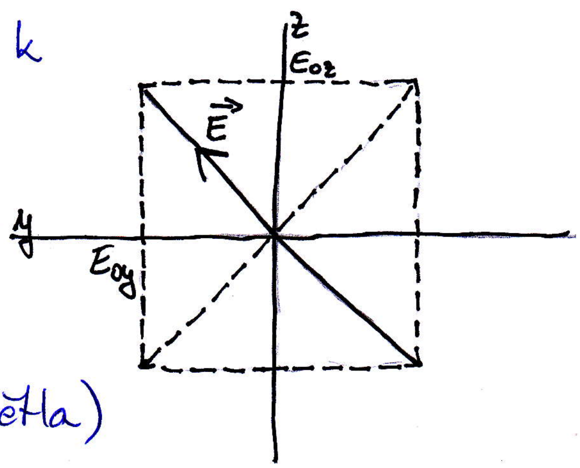
c) fázový rozdíl: $\boxed{\varphi = k \cdot \pi}$, k je lib. celé číslo

$$\Rightarrow \boxed{E_z = \pm \frac{E_{0z}}{E_{0y}} \cdot E_y}$$

rovnice přímky (přesněji úsečky)

znaménko + pro sudá k

- až v tomto spec. případě, kdy obě jednoduché vlny v souřadnicích E_y a E_z jsou „ve fázi" jsme dostali lineárně polarizované elmag. vlnění (např. obyčejný odraz a lom světla)



3 PŘENOS ENERGIE ELMAG. VLNĚNÍM

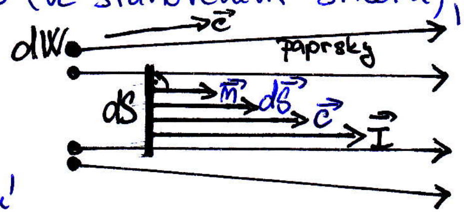
- s jakýmkoliv postupným vlněním je vždy spojen přenos energie v prostoru (proto často používáme místo vlnění slovo záření)

- přenos energie analogický k přenosu náboje (kap. „El. proud")

el. proud ⇝ zářivý tok:

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$ zářivý tok (procházející plochou S) [W] (watt)

→ je to celk. energie záření (vlnění), prošlá zvolenou plochou S za jednotku času (ve stanoveném směru), tj. vlastně zářivý výkon prošlý plochou S



Intenzita záření

$$\boxed{I = \frac{dP}{dS}}$$ $[W \cdot m^{-2}]$

velikost

intenzita záření

$$\boxed{\vec{I} = I \cdot \vec{n}}$$

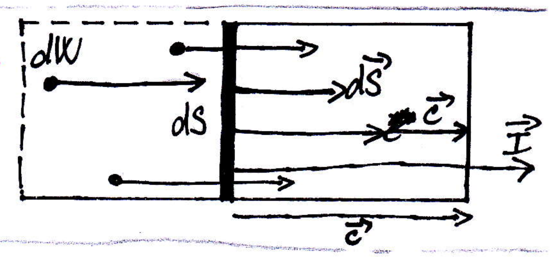
vektor

→ je to zářivý tok procházející jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření vlnění, nebo-li energie prošlá za 1 času touto plochou – jde vlastně o plošnou hustotu zářivého toku

$$\boxed{w = \frac{dW}{dV}}$$ hustota energie (vlnění, záření) → je to energie vlnění obsažená v jednotce objemu prostoru

---

$$\boxed{\vec{I} = w \cdot \vec{c}}$$ vztah intenzity záření a rychlosti vlnění

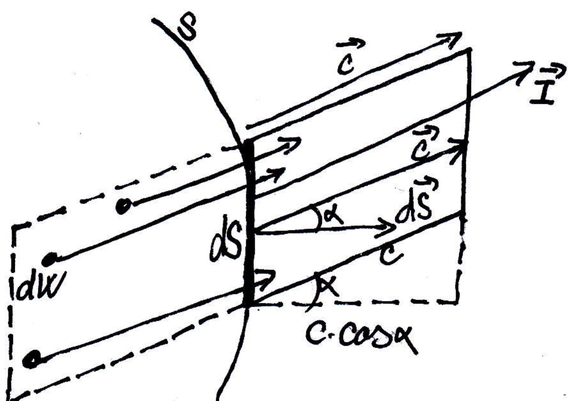


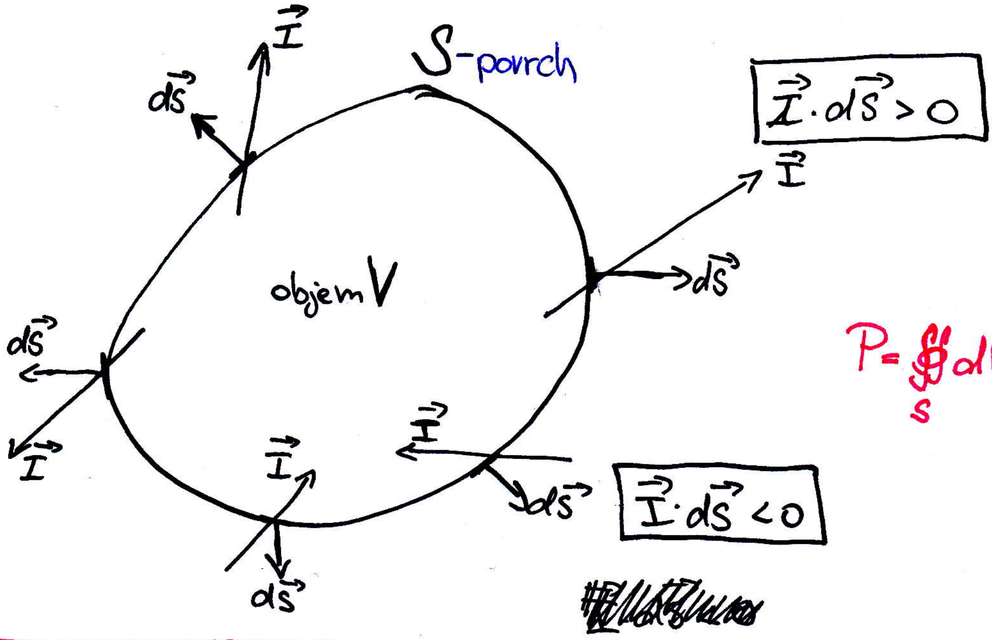
$d P = w \cdot \vec{c} \cdot d\vec{S} = \vec{I} \cdot d\vec{S}$ zářivý tok plochou

celkový zářivý tok přes celou plochu S:

$$\boxed{P = \iint_S dP = \iint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}}$$

zářivý tok jako tok intenzity vlnění





$$P = \oiint_S dP = \oiint_S \vec{I}\cdot d\vec{S}$$

$$\boxed{-\oiint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \frac{dW}{dt}}$$

rovnice kontinuity zářivého toku (integrální tvar)

→ protože tato rce jasně ukazuje, jaká je fyz. příčina úbytku energie v nějakém objemu – že se energie „neztrácí" ani „nemizí", ale jen odtéká do okolí – považujeme ji za obecný zákon zachování elmag. energie

$$\boxed{-\operatorname{div}\vec{I} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

rce kontinuity zářivé energie (diferenciální tvar)

→ dif. tvar rce kontinuity představuje lokální zákon zachování elmag. energie (v jednotkovém objemu v daném místě)

Všechny předchozí rce – definice i zákony – platí zcela obecně, pro jakékoliv vlnění.

4 INTENZITA ELMAG. VLNĚNÍ

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\left(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B}\right)}$$

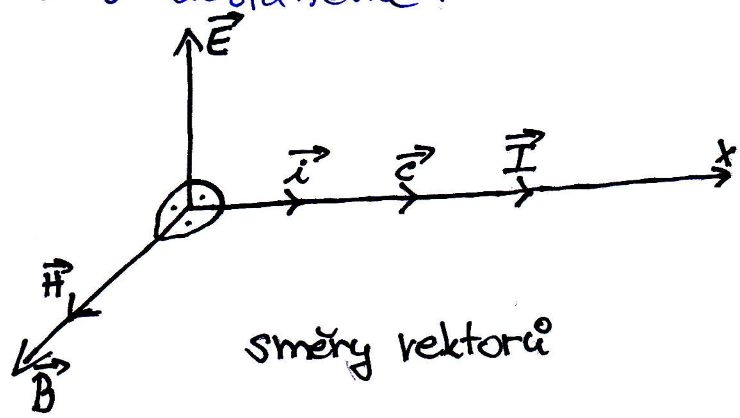
hustota energie elektromagnetického vlnění

→ pro homogenní izotropní dielektrikum dostaneme:

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\left(E\cdot D + H\cdot B\right)}$$

$$B = \frac{E}{c}$$

$$D = \frac{H}{c}$$



směry vektorů

$$\boxed{\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

po urdžení směrů vektorů

intenzita elmag. vlnění (Poyntingův vektor)

Zákon zachování zářivé energie vyplývající z Maxwell. rovnic:

– předpokládejme homogenní a izotropní dielektrikum bez volných nábojů a proudů: $\vec{B} = \mu\cdot\vec{H}$; $\vec{D} = \epsilon\cdot\vec{E}$; $\vec{i} = 0$; $\rho = 0$

$$\Rightarrow \boxed{-\operatorname{div}\vec{I} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

vznikl dif. tvar zákona zachování elmag. energie

– existují-li v látce volné náboje a mohou-li vytvářet proudy:

$$\boxed{-\operatorname{div}\vec{I} - \vec{E}\cdot\vec{i} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

obecný tvar zákona zachování elmag. energie

Okamžitá intenzita

– souvislost intenzity záření a amplitudy elmag. kmitů:

– vycházíme z vlnových rovnic: $B_y = B = B_m \cdot \sin(\omega\cdot t - k\cdot x)$

$$E_z = E = E_m \cdot \sin(\omega\cdot t - k\cdot x)$$

$$\Rightarrow \boxed{I = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}\cdot E_m^2 \cdot \sin^2(\omega\cdot t - k\cdot x)}$$

okamžitá intenzita elmag. záření

Důsledky:

1) velikosti vektorů všech elmag. veličin jsou navzájem přímo úměrné

$B = \mu \cdot H$ (magnetická intenzita)

$D = \varepsilon \cdot E$ (magnetická indukce)

$E = c \cdot B$ (elektrická intenzita)

$\Rightarrow$ okamžitá intenzita záření je tedy úměrná kvadrátu kmitů jakékoliv veličiny elmag. pole

2) intenzita záření není konst., je to fce místa a času: $I = I(x,t)$

– lidské oko nedokáže vnímat rychlé kmity (cca 60 Hz – frekv. monitorů) a že tedy vnímáme zřejmě jen střední hodnotu intenzity:

$$\boxed{\langle I \rangle = \overline{I} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I(x,t) \cdot dt}$$

obecněji: $\boxed{\overline{I} = \text{konst.} \cdot E_m^2}$ střední intenzita elmag. záření

$\rightarrow$ střední ~~hodnota~~ intenzita je přímo úměrná kvadrátu amplitudy jakékoliv veličiny elmag. pole (E, D, B, H)

Pozn.: Takto reaguje na dopadající elmag. energii nejen lidské oko, ale i většina běžných detektorů světla (fotonásobiče, polovodičové detektory) – jejich signály jsou úměrné kvadrátu amplitudy – – jsou proto označovány jako kvadratické detektory.