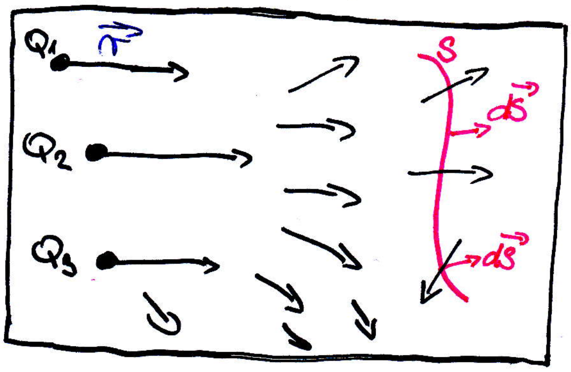
1 ELEKTRICKÝ PROUD

– pro exaktní definici proudu musíme v prostoru, ve kterém se pohybují náboje, musíme zvolit spojitou (ohraničenou) plochu S



$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}}$$ elektrický proud (prochāz. plochou S)

– je to celkový elektrický náboj, prošlý zvolenou plochou S za jednotku času

– jednotka je A [Amper] $= \frac{C}{s}$

– je zřejmé, že elektrický proud jako spojitou veličinu má smysl definovat zejména v prostředí s velkým množstvím pohybujících se nábojů, nejlépe při spojitě rozložených nábojích.

$$\boxed{i = \frac{dI}{dS}}$$ proudová hustota (velikost) $[A \cdot m^{-2}]$ → vektor proud. hustoty $\vec{i} = i \cdot \vec{n}$

– je to elektrický proud, procházející jednotkovou plochou kolmou k rychlosti pohybu nábojů, nebo-li elektrický náboj prošlý za 1 času 1 kolmou plochou.

vztah proudové hustoty a rychlosti nábojů $$\boxed{\vec{i} = \rho \cdot \vec{v}}$$

el. proud jako tok proudové hustoty $$\boxed{I = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}}$$

Rovnice kontinuity el. proudu

$$\boxed{-\oint\!\!\oint_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = \frac{dQ}{dt}}$$ rovnice kontinuity (integrální tvar) (zákon zachování el. náboje)

Jelikož tato rovnice ukazuje, že při úbytku náboje v nějakém objemu se tento „neztrácí" ani „neničí", ale jen odtéká do okolí → považujeme ji za obecný zákon zachování elektrického náboje.

$$\boxed{-\operatorname{div}\vec{i} = \frac{\partial \rho}{\partial t}}$$ rovnice kontinuity (diferenciální tvar) *

Diferenciální tvar rovnice kontinuity představuje zákon zachování náboje v daném místě.

<u>Stacionární stav</u> - žádný proud do okolí neodtéká

$\rho = \rho(x,y,z,t) \Rightarrow \rho = \rho(x,y,z)$

$\vec{i} = \vec{i}(x,y,z,t) \Rightarrow \vec{i} = \vec{i}(x,y,z)$

} stacionární stav

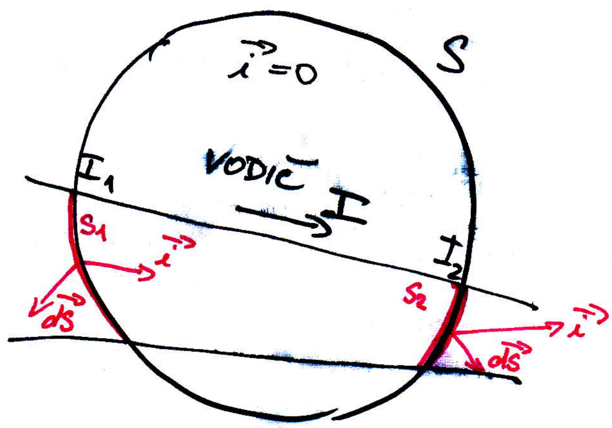
→ obě veličiny jsou pouze funkcemi místa

⇒ rovnice kontinuity stacionárních proudů

$$\boxed{\oint_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = 0} \qquad \boxed{\operatorname{div}\vec{i} = 0}$$

<u>Aplikace na vodič se stac. proudem</u>

$I_1 = I_2$

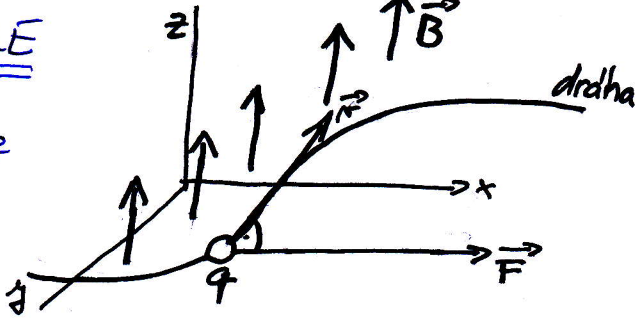


→ ve stac. ~~[illegible]~~ (ustáleném) stavu protéká ~~vodičem~~ každým průřezem vodiče vždy stejný proud

(užitečné ve stejnosměrných obvodech)

* Divergence je výtok vektoru (zde náboje za 1 času) z jednotkového objemu a rovná se časové změně hustoty.

2 ZÁKONY MAGNETICKÉHO POLE



- budeme zkoumat magnetostatické pole
- magnetické pole je pole silové

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}}$$

Lorentzova síla (Lorentzův vztah)

$\vec{B}$ = magnetická indukce – vyjadřuje působení mag. pole na elektrický náboj, je jeho základním parametrem, který existuje v každém místě prostoru [1T = 1 Tesla]

- z Lorentzova vztahu dobře vidíme, že náboj v klidu ($v=0$) magnetické pole nepůsobí
- Lorentzova síla je vždy kolmá k rychlosti pohybu náboje, tj. k tečně dráhy, má tedy charakter dostředivé síly

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \int_l d\vec{l} \times \vec{B}}$$

síla na vodič s proudem

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}}$$

síla na přímý vodič v homogenním mg. poli

Pozn.:

1 Tesla = síla 1N působící na náboj 1C pohybující se rychlostí 1 m/s kolmo na směr indukce.

Vektor magnetické indukce

Nechť l je vodič protékající proudem I, pak jeho element $\vec{dl}$ přispívá k magnetické indukci v bodě X hodnotou:

$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot \vec{dl} \times \vec{r_0}}$$

Biotův - Savartův zákon
(matematicky zformuloval Laplace)

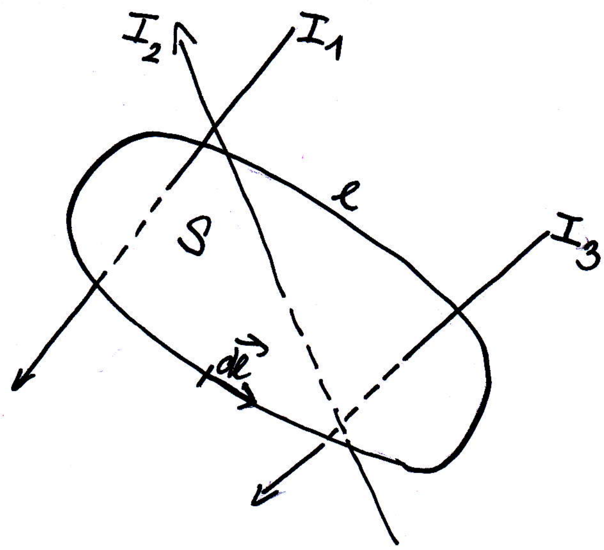
$\vec{r}$ - polohový vektor bodu X vzhledem k $\vec{dl}$

μ_0 - permeabilita vakua $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \, [Wb A^{-1} m^{-1}]$

- ze vztahu pro Lorenzovu sílu je zřejmé, že magnetické pole není konzervativní, neboť vztah pro sílu obsahuje param. dráhy - její tečnu.
- působící síla je vždy kolmá k tečně dráhy ⇒ práce je nulová ⇒ magnetické pole nekoná práci

Zákon celkového proudu

Nechť l je spojitá uzavřená křivka ohraničující libovolnou spoj. plochu S:



$$\boxed{\oint_l \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot I}$$

Ampérův zákon (integrální tvar)

$$\boxed{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{i}}$$

Amp. zákon dif. tvar

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

magnetický indukční tok

bezejmenný zákon

$\oiint \vec{B} \cdot \vec{dS} = 0$ (int. tvar)

$\operatorname{div} \vec{B} = 0$ (dif. tvar)

⇒ mag. pole je nezřídlové, můžeme též tvrdit že v mag. poli neexistují „magnetické" náboje

3 ZÁKLADNÍ ROVNICE MAGNETICKÉHO POLE

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \quad (1) \\ \operatorname{rot} \vec{B} &= \mu_0 \cdot \vec{i} \quad (2) \end{aligned}\right\}$$ dvě hlavní rovnice magnetického pole

- podobně jako u elstat. pole zkusíme převést tyto 2 rovnice na jedinou

- mag. pole sice není konzervativní a nemá „klasický" potenciál, z mat. hlediska můžeme zavést nějakou pomocnou veličinu, která by ~~nedla~~ napomohla k vynulování první rovnice

- definujeme spoj. vektorovou fci $\vec{A}$ → ~~tzv.~~ vektorový potenciál

$\boxed{\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}}$ vektorový potenciál

1) $\vec{A}$ nemá fyzikální význam, je to pouze pomocná matematická veličina
2) def. vztah vektor. potenciálu je vlastně parc. ~~[illegible]~~ dif. rovnice pro zadanou veličinu $\vec{B}$ a hledanou neznámou $\vec{A}$ → řešení rce není jednoznačné

- můžeme si tedy vybrat vektorový potenciál – standardně se volí 0:

$\boxed{\operatorname{div} \vec{A} = 0}$ dodatečná podm. na vekt. potenciál

$\Rightarrow \boxed{\Delta \vec{A} = -\mu_0 \cdot \vec{i}}$ základní rce magnetického pole (vektor. tvar)

- můžeme převést na skalární

$$\left.\begin{aligned} \Delta A_x &= -\mu_0 \cdot i_x \\ \Delta A_y &= -\mu_0 \cdot i_y \\ \Delta A_z &= -\mu_0 \cdot i_z \end{aligned}\right\}$$ základní rovnice magnetického pole

– ~~Tyto~~ rovnice mají formální mat. shodu se základní rovnicí elektrostatiky – Poissonovou rovnicí: $\Delta \varphi = -\frac{1}{\varepsilon_0} \cdot \rho$

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \iiint_V \frac{\rho \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

⇒ řeš. našich formálně mat. stejných rovnic bude mít řešení:

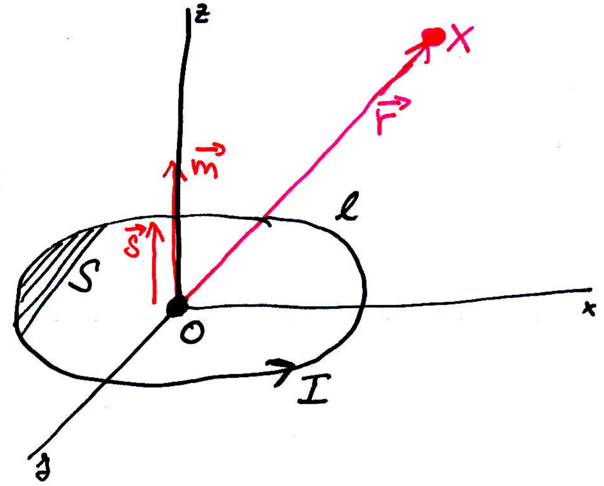
$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \iiint_V \frac{\vec{i} \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}$$

řešení základní rovnice mag. pole (vektorový tvar)

– nebo ve složkách:

$$A_x(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \iiint_V \frac{i_x \cdot dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$

4 MAGNETICKÝ DIPÓL



– pro tuto proudovou smyčku se používá název magnetický dipól

– uvážíme-li nepatrné rozměry těchto dipólů (řádově 10^{-10} m) a že jejich magnetické pole pak působí v celém objemu tělesa, pak je jasné, že účinky mag. dipólu vyšetřují většinou jen ve vzdálenosti od dipólu, která je neporovnatelně menší než rozměry dipólu:

$\boxed{R \to 0}$ $\boxed{r \gg R}$

$$\boxed{\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}}$$ potenciál mag. dipólu

magnetický dipólový moment $\boxed{\vec{m} = I \cdot \vec{S}}$

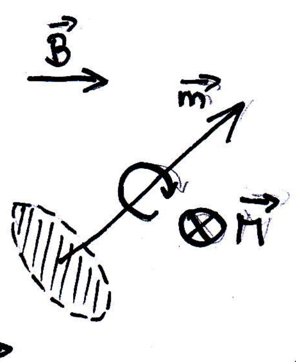
$$\boxed{\vec{F} = \vec{m} \cdot \mathrm{grad}\, \vec{B}}$$ síla působící na mag. dipól (ve vnějším poli)

– mat. shodný s ní pro sílu na elektrický dipól: $\vec{F} = \vec{p} \cdot \mathrm{grad}\, \vec{E}$

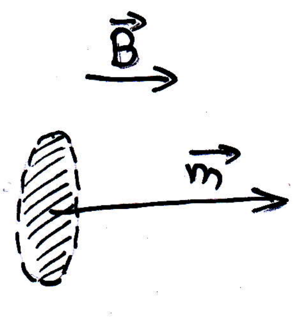
$$\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$$ silový moment působící na mag. dipól

– mat. shodný s ní pro elektrický dipól: $\vec{M} = \vec{p} \times \vec{E}$

$$\boxed{W_{mg} = -\vec{m} \cdot \vec{B}}$$ energie ve vnějším poli $W_{el} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$



$\vec{M} \neq 0$

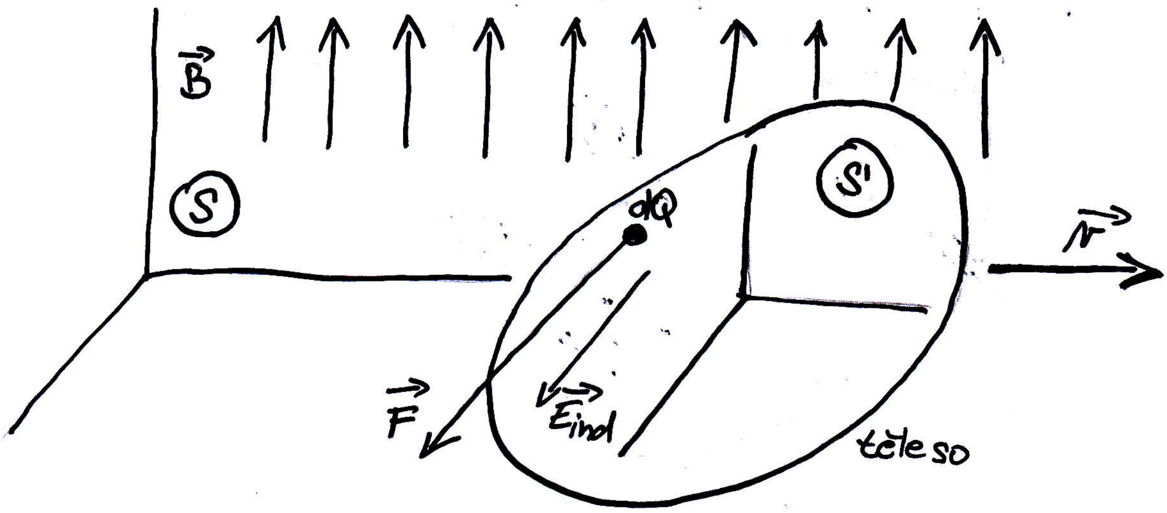


$\vec{M} = 0$

- tento silový moment se pak snaží uvést dipól do rotačního pohybu. Dipól je ovšem ve struktuře látky vázán určitými silami, které neumožní stálý rotační pohyb, ale pouze malé (jednorázové) pootočení dipólu → max. do směru rovnoběžného s polem ($\vec{m} \parallel \vec{B}$), kdy silový moment zmizí.

- vložením do vnějšího mag. pole, se všechny existující dipóly natáčejí do směru tohoto pole – nastává orientace dipólů tzv. orientační magnetizace

6 JEV ELEKTROMAGNETICKÉ INDUKCE



- nechť v klidové (inerciální) souřadné soustavě S existuje mag. pole $\vec{B}$, druhá inerc. soustava S' je pak pevně spojena s nějakým tělesem a spolu s ním pohybuje konst. rychlostí $\vec{v}$ vzhledem ke klidové soustavě S

$$\vec{E}_{ind.} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B}$$ intenzita el. pole

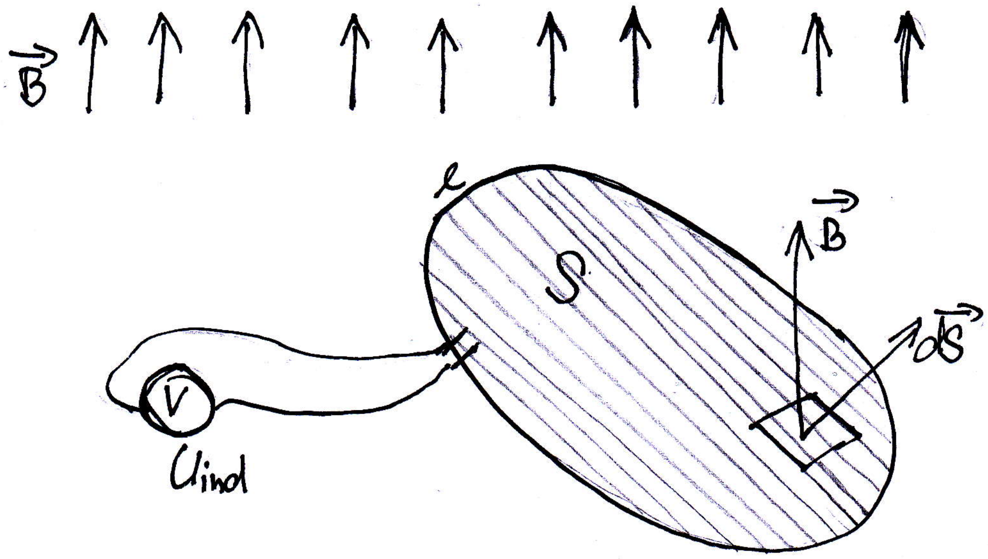
- toto pole je skutečně jednoznačným důsledkem pohybu tělesa (soustavy S'), neboť při nulové rychlosti neexistuje – proto bylo nazváno indukované elektrické pole

- všechny nalezené vl. tohoto jevu pak nejobecněji popisuje FARADAYŮV ZÁKON elektromagnetické indukce

- nechť l je vodič, ve tvaru (skoro) uzavřené křivky uložené v mag. poli:

$$U_{ind.} = -\frac{d\Phi}{dt}$$ Faradayův zákon elmg. indukce (integr. tvar)

- v důsledku indukovaného napětí může ve vodiči protékat elektrický proud – který má podle ~~[illegible]~~ Lenzova pravidla takový směr, že působí proti změně, která ho vyvolala.



- na principu tohoto jevu je založena činnost mnoha elektrických strojů – el. motory, generátory, transformátory... Používá se v nich několik způsobů realizace veličiny $\boxed{\frac{d\Phi}{dt}}$ – tj. čas. změny indukčního toku

1) Pohyb vodiče v mag. poli
2) Pohyb zdrojů pole (magnetů, cívek)

$\}$ oba pohyby jsou relativní

- ovšem stacionární pole neznamená homogenní (tj. konstantní) a proto důsledkem vzájemného pohybu je čas. změna vektoru mag. indukce v místě zkoumaného vodiče tj. $\boxed{\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$

$\Rightarrow$ 3) Časově proměnné mag. pole, vyvolané čas. proměnnými (nestacionárními) proudy

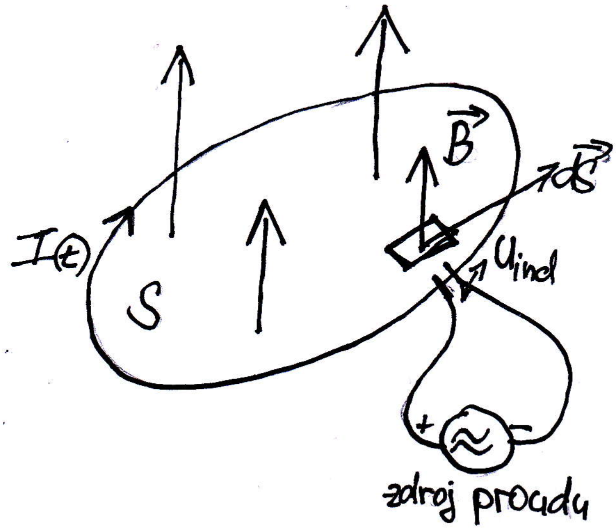
$\mathrm{rot}\, \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Faradayův zákon (diferenciální tvar)

- dostáváme tak důležitou rovnici, která tvrdí, že při každé změně mag. pole vzniká pole elektrické

- jinak řečeno: časově proměnné (nestacionární) mag. pole je vždy doprovázeno polem elektrickým

6 Jev vlastní indukce

- vodič ve tvaru uzavřené křivky, tj. stejného tvaru jako u Faradayova zákona – ale protékaného nestacionárním elektrickým proudem.



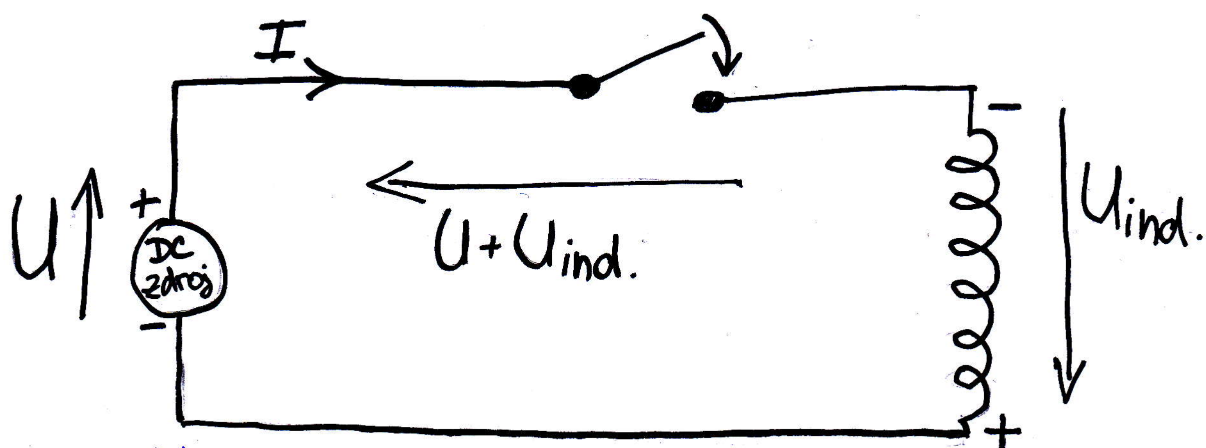
$$\boxed{L = \iint_S \vec{K}\cdot d\vec{S}}$$ indukčnost vodiče

- indukční tok vlastního mag. pole uzavřeného vodiče je tak jednoduše přímo úměrný protékajícímu proudu:

$$\boxed{\Phi = L\cdot I(t)}$$ vlastní mag. indukční tok (vodiče)

$$\boxed{U_{ind.} = -L\cdot\frac{dI}{dt}}$$ samoindukované napětí (na vodiči)

- v el. obvodech s nestacionárními proudy proto na každé indukčnosti (cívce) vzniká tento zvláštní druh napětí, který vůbec nesouvisí s Ohmovým zákonem, nesouvisí ani s elektromotorickým napětím zdroje, ani s velikostí protékaného proudu
→ je určeno pouze jeho časovou změnou



význam v elektrických obvodech

7 ELEKTROMAGNETICKÉ POLE

- z Faradayova zákona : $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$

je ihned vidět, že při každé změně mag. pole vzniká pole elektrické – obě pole jsou tak spolu jednoznačně svázány.

- z mechaniky víme, že klid a pohyb jsou relativní pojmy a stejně relativní musí být pojmy „elektrické pole" a „mag. pole"

$\Rightarrow$ jsou to projevy jediné obec. reality : elektromagnetického pole

Všechny známé rce z elektrického a mag. pole

1) $\mathrm{rot}\,\vec{E} = 0$ konzervativnost elektrického pole

2) $\mathrm{div}\,\vec{D} = \rho$ Gaussův zákon

3) $\mathrm{div}\,\vec{B} = 0$ Bezejmený zákon – neexistence mag. nábojů

4) $\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{i}$ Ampérův zákon

5) $\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ Faradayův zákon

- rovnici (1) lze vynechat je zřejmě spec. případ rovnice (5)
- Maxwell pak vyzkoumal, že pouze (4) rovnice potřebuje zobecnit

$\boxed{\vec{i}_p = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$ Maxwellův posuvný proud

$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$ obecný Ampérův zákon

- Maxwellovy rovnice považujeme za základní rovnice elektromagnetického pole:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{D} &= \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}\right\}$$

Maxwellovy rovnice

(tento tvar z roku 1887 od Hertze)

Význam Maxwellových rovnic:

- velké množství poznatků z elektřiny a magnetismu
- nejdůležitější vlast. je jejich značná symetrie
- rovnocenost elektrického a magnetického pole
- lze z nich odvodit další důležité vztahy
- největší úspěch klasické fyziky (připravil pole pro Einsteinovu teorii relativity)

→ poslední úspěch ⇒ začíná rozvoj moderní fyziky