Přenos energie elmg. vlněním

Víme již z prvního semestru fyziky, že při ***mechanickém vlnění*** pružného hmotného prostředí se počáteční výchylka (kmity) výchozího hmotného bodu (zdroje) přenáší pružnými vazebními silami na okolní částice a kmitání se tak šíří do dalších a dalších míst prostředí. Protože kmitající hmotný bod má energii, dochází tak vlastně k jejímu šíření, k přenosu energie v prostoru.

U ***elektromagnetického vlnění*** samozřejmě nekmitají žádné hmotné body, ale prostorem se šíří elektromagnetické pole popsané vektory elektrické a magnetické intenzity (a indukce) a z předchozích kapitol si asi pamatujete, že s těmito veličinami je spojena elektrická a magnetická (hustota) energie, nastává tedy rovněž šíření energie v prostoru.

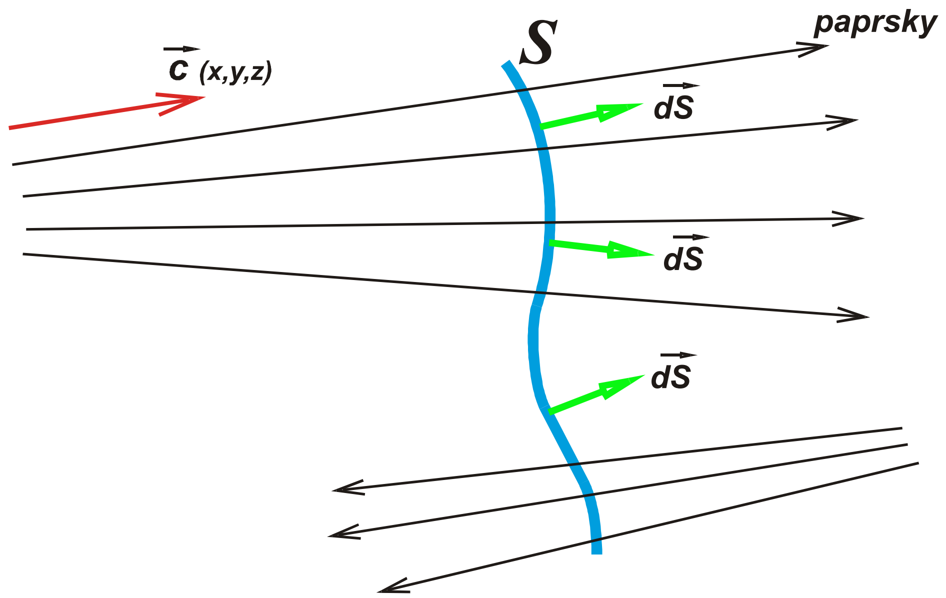
Zřejmě je správné konstatování, že s **jakýmkoliv** postupným vlněním je vždy spojen **přenos energie** v prostoru (proto místo vlnění často používáme slovo „záření").

Vlnění procházející prostorem a s ním spojená energie tento prostor spojitě vyplňuje, je tedy vždy možno definovat hustotu této energie - a směr vlnění a tedy také směr postupu energie je v každém místě charakterizován vektorem (fázové) rychlosti – matematicky jde proto o stejný problém jako při pohybu nábojů v prostoru, který je také popsán rychlostí nábojů a jejich objemovou hustotou.

Nepřekvapí nás proto, že definice a zákonitosti přenosu energie budou matematicky stejné (analogické) jako rovnice v kapitole „Elektrický proud" (lze využít při učení !!).

Pozn.: Přenos energie a náboje také společně patří do fyzikální kategorie „Přenos fyzikální veličiny" - a analogické matematické vztahy se pak používají v různých fyzikálních oborech

S veličinou „***elektrický proud***", vyjadřující celkový (integrální) přenos náboje přes danou plochu, je analogická veličina „***zářivý tok***", popisující celkový (integrální) přestup energie určitou plochou - budeme ji tedy definovat stejným způsobem :



V prostoru, kterým prochází vlnění (obecně i více různých vln), zvolíme spojitou plochu S. Musíme také současně volit (kladný) smysl přecházení této plochy, nejlépe pomocí normálových vektorů plochy $d\vec{S}$ (viz úvahy v kapitole „Elektrický proud“). Potom nechť dW je celková energie záření, která za dobu dt projde přes plochu S ve zvoleném směru (smyslu) a definujeme:

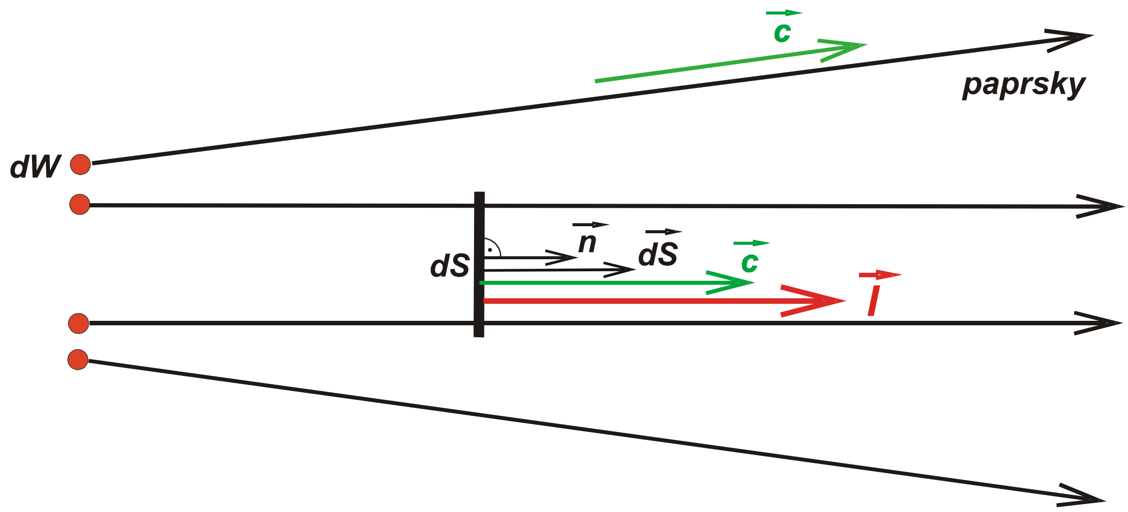
$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$ ***zářivý tok*** (procházející plochou S)

*Slovní vyjádření : je to celková energie záření (vlnění), prošlá zvolenou plochou S za jednotku času (ve stanoveném směru), tj. vlastně **zářivý výkon** prošlý plochou S.*

Fyzikální jednotkou je proto jednotka výkonu :

$$\frac{[J]}{[s]} = W\,[watt]$$

Stejně jako u nábojů i „lokální“ přenos energie v různých místech plochy S může být dosti odlišný, proto pro přesný popis pohybu energie v daném místě zavádíme vektorovou veličinu ***intenzita záření*** (plošná hustota zářivého toku) $\vec{I}$, a to následovně (viz obr.) :



V daném místě zvolíme malou plošku dS kolmou směr šíření vlnění (fázovou rychlost) $\vec{c}$ a označíme dP zářivý tok procházející touto ploškou ve směru $\vec{c}$ (stejném jako $d\vec{S}$, i jako normálový vektor $\vec{n}$).

Pak definujeme vektor intenzity záření $\vec{I}$ pomocí jeho velikosti a jednotkového vektoru :

- směr a orientaci mu přiřadíme stejnou jako má rychlost šíření vlnění $\vec{c}$, tj. jako jednotkový normálový vektor $\vec{n}$ plošky dS
- a jeho velikost definujeme vztahem :

$$\boxed{I = \frac{dP}{dS}}$$ ***intenzita záření*** (velikost)

*Slovně : je to zářivý tok procházející jednotkovou plochou kolmou ke směru šíření vlnění, nebo-li energie prošlá za 1 času touto plochou – jde vlastně o **plošnou hustotu zářivého toku**.*

Jednotkou intenzity záření tedy je :

$$[W \cdot m^{-2}]$$

Kompletní vektorový zápis intenzity záření pak může být standardně vyjádřen pomocí velikosti vektoru a jeho jednotkového vektoru:

$$\boxed{\vec{I} = I \cdot \vec{n}}$$

intenzita záření (vektor)

Již v úvodu jsme konstatovali (a je to zřejmé z principu vlnění jako kmitání celého pružného spojitého prostření), že vlnění i energie procházející prostorem tento prostor spojitě vyplňuje, a tedy pro jakékoliv vlnění lze vždy definovat veličinu ***(objemová) hustota energie*** :

Jestliže tedy objem dV obsahuje celkovou energii příslušnou vlnění dW, potom platí :

$$\boxed{w = \frac{dW}{dV}}$$

hustota energie (vlnění, záření)

Smysl : je to energie vlnění obsažená v jednotce objemu prostoru.

Pozn. : Hustota zářivé energie, stejně jako intenzita záření, jsou samozřejmě funkce místa a času :

$$\vec{I} = \vec{I}(\vec{r},t) = \vec{I}(x,y,z,t) \qquad w = w(x,y,z,t)$$

Nyní vyjádříme intenzitu záření pomocí rychlosti vlnění za předpokladu znalosti hustoty energie w :

Přestože pohyb energie v prostoru není (ani v případě mechanického vlnění) spojen s pohybem hmoty , lze stejně také využít veličinu objemového toku, ovšem jen z čistě „geometrického hlediska“ :

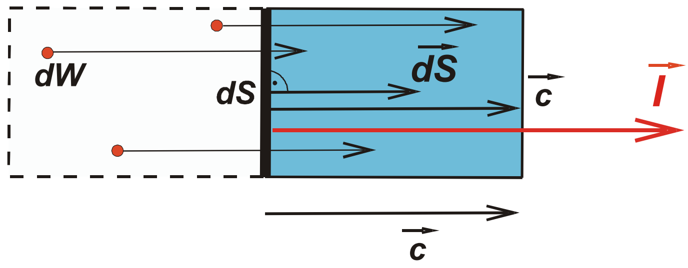
Podle definice hustoty energie je zřejmé, že každý objemový element prostoru obsahuje energii záření :

$$dW = w \cdot dV$$

A protože se tato energie pohybuje, můžeme si představit, že s ní současně (a s vlněním) se pohybuje i příslušný geometrický objemový element.

Jestliže potom uvážíme situaci při definici intenzity záření, kdy je dána diferenciální ploška dS kolmá na směr fázové rychlosti vlnění $\vec{c}$, pak objemový tok přes tuto plošku (jako objem proteklý přes tuto plošku za 1 času, na obrázku zvýrazněný) lze podle známého vztahu z hydrodynamiky (viz kapitola Gaussův zákon) vyjádřit skalárním součinem vektoru plošky a rychlosti, který má v případě rovnoběžných vektorů jednoduchý tvar :

$$\vec{v} \cdot d\vec{S} = \vec{c} \cdot d\vec{S} = c\, dS$$



A vynásobením hustotou energie w získáme celkovou energii vlnění v tomto objemu - a to je také energie prošlá ploškou dS za jednotku času - nebo-li podle definice to je zářivý tok přes tuto plošku (která je diferenciálně malá, proto i zářivý tok přes ni bude takový a označíme ho tedy diferenciálem) :

$$w \cdot c\, dS = dP$$

A nyní můžeme vypočítat velikost intenzity záření :

$$I = \frac{dP}{dS} = \frac{w \cdot c\, dS}{dS} = w \cdot c$$

Protože je to vztah mezi velikostmi rovnoběžných vektorů, můžeme přímo změnit rovnici na vektorovou (nebo stačí vynásobit obě strany jednotkovým vektorem $\vec{n}$) :

$$\boxed{\vec{I} = w \cdot \vec{c}}$$

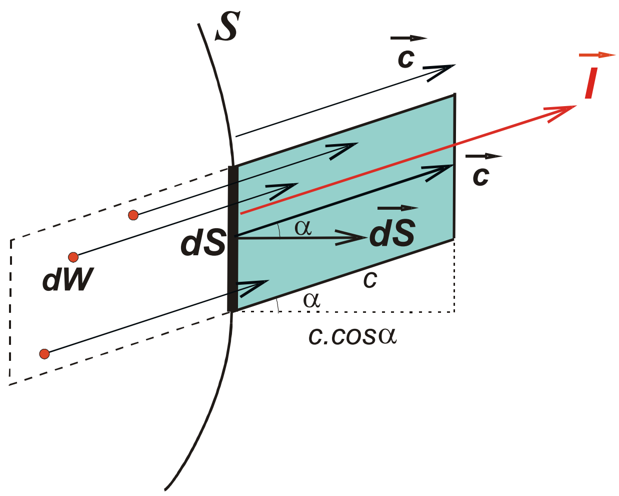
vztah intenzity záření a rychlosti vlnění

Podle tohoto vztahu nám tedy znalost hustoty energie a fázové rychlosti vlnění ve sledovaném prostoru umožňují stanovit ***intenzitu vlnění*** a tím získat informaci o lokálních pohybech energie v libovolném místě prostoru.

Pak také musí být principiálně možné určit i celkový přenos zářivé energie přes libovolně zvolenou velkou plochu S – tedy ***zářivý tok*** procházející touto plochou :

Nejprve pomocí objemového toku vypočítáme zářivý tok přes její libovolnou elementární plošku dS (protože má nyní tato ploška obecnou polohu, vektory plošky a rychlosti již nejsou rovnoběžné, musíme ponechat obecný tvar skalárního součinu, přitom použijeme předchozí vztah pro vektor intenzity záření) :

$$dP = w\, \vec{c} \cdot d\vec{S} = \vec{I} \cdot d\vec{S}$$



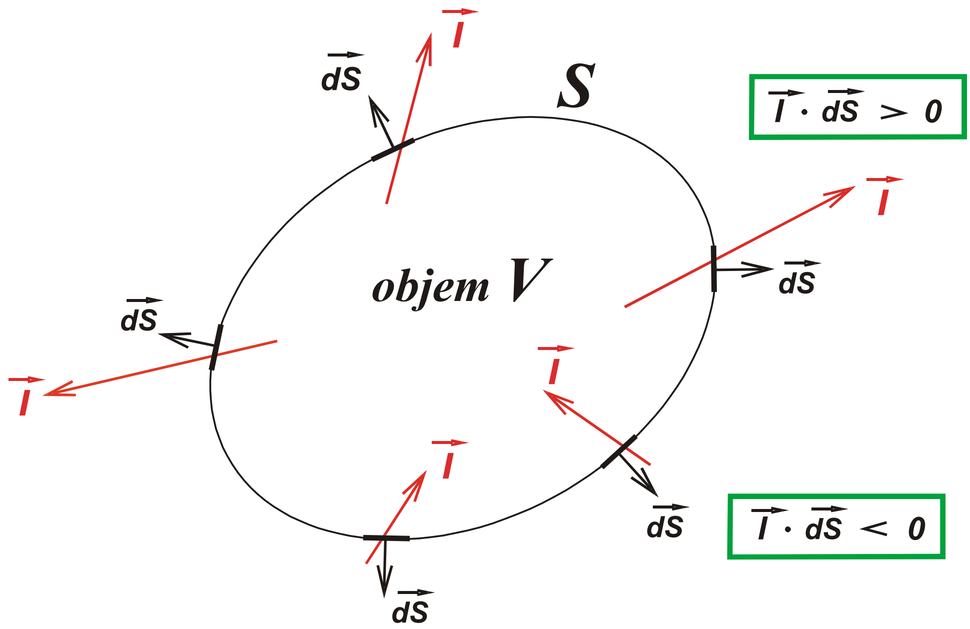
Pak celkový zářivý tok přes celou plochu S je součtem (integrálem) těchto výrazů:

$$\boxed{P = \iint_S dP = \iint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}}$$

záříivý tok jako tok intenzity vlnění

Stejně jako u přenosu náboje sestavíme dále vztah analogický rovnici kontinuity :

V oblasti (prostoru), kterou prochází vlnění, zvolme libovolnou spojitou uzavřenou plochu S (taková plocha obklopuje, uzavírá nějaký objem V, můžeme si ji proto představit jako povrch tělesa o objemu V, viz obrázek) .



Napišme zářivý tok touto plochou, ve směru orientace plošek $d\vec{S}$, ven z vnitřku plochy (z objemu V) :

$$P = \oiint_S dP = \oiint_S \vec{I} \cdot d\vec{S}$$

Předpokládejme, že hodnota zářivého toku je kladná (tj. že vektory intenzity a vektory $d\vec{S}$ svírají většinou ostrý úhel, viz obr.) a uvažme jeho význam pro tuto speciální plochu:

- je to energie prošlá za 1 času přes plochu S, ve směru vektorů $d\vec{S}$
- tato energie proto pochází z vnitřku plochy S, tedy z objemu V
- za 1 času (po jejím uplynutí) bude tedy v objemu V tato energie chybět, jinak řečeno - nastane zde úbytek - obecně změna – celkové energie (protože objem V je částí zkoumané oblasti, ve které se pohybuje zářivá energie, obsahuje vždy nějakou celkovou energii). Tato změna energie má ovšem opačné znaménko, než velikost prošlé energie (zářivý tok) :

$$\boxed{-\oint\!\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S}}$$

Protože se zářivá energie pohybuje – a důsledkem toho je, že ven z objemu V proudí přes plochu S zářivý tok – je celková energie v objemu jistě funkcí času (stále klesající, v případě stále kladného zářivého toku) :

$$W = W(t)$$

A matematickým vyjádřením změny této funkce (za 1 času) je její časová derivace :

$$\boxed{\frac{dW}{dt}}$$

Dostáváme tak zásadní matematický vztah :

$$\boxed{-\oint\!\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \frac{dW}{dt}}$$

rovnice kontinuity zářivého toku (integrální tvar)

Na pravé straně rovnice vyjádřená změna celkové energie za jednotku času ve zkoumaném objemu prostoru je vždy přesně rovná (na levé straně rovnice uvedené) energii vyteklé za stejný čas z tohoto objemu do okolního prostoru.

Protože tato rovnice jasně ukazuje, jaká je fyzikální příčina úbytku energie v nějakém objemu - že se energie „neztrácí“ , ani „neničí“, ale jen odtéká do okolí - považujeme ji za obecný ***zákon zachování elektromagnetické energie***.

Upravme tuto rovnici tím, že vyjádříme celkovou energii W v objemu V jako součet energií ve všech objemových elementech :

$$W = \iiint_V dW = \iiint_V w\cdot dV$$

Dosadíme do rovnice kontinuity :

$$-\oint\!\!\!\oint_S \vec{I}\cdot d\vec{S} = \frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt}\iiint_V w.dV$$

Derivace a integrace na pravé straně se týkají různých proměnných, proto je možné přehodit jejich pořadí. Uvažme současně, že hustota energie je stejně jako intenzita záření funkcí místa a času :

$$w = w(x, y, z, t)$$

Časová změna hustoty energie je proto tedy pouze její parciální derivací.

$$-\oint\!\!\oint_S \vec{I} \cdot d\vec{S} \;=\; \iiint_V \frac{\delta w}{\delta t} \cdot dV$$

Nakonec ještě upravíme levou stranu využitím Gaussovy věty matematiky, jejíž podmínky jsou dobře splněny (uzavřená plocha, spojité funkce) - tak dostaneme :

$$-\iiint_V div\, \vec{I} \cdot dV \;=\; \iiint_V \frac{\partial w}{\partial t} \cdot dV$$

Z rovnosti stejných integrálů pak plyne rovnost funkcí :

$$\boxed{-\,div\, \vec{I} \;=\; \frac{\partial w}{\partial t}}$$

rovnice kontinuity zářivé energie (diferenciální tvar)

Diferenciální tvar rovnice kontinuity se vztahuje – na rozdíl od tvaru integrálního – k danému bodu prostoru, k jeho nekonečně malému okolí ……má však naprosto stejný fyzikální smysl jako integrální tvar : Divergence je přece výtok vektoru (zde energie za 1 času) z jednotkového objemu a rovná se časové změně hustoty, tj. změně energie v tomto jednotkovém objemu. Diferenciální tvar rovnice kontinuity představuje tak lokální ***zákon zachování elektromagnetické energie*** (v jednotkovém objemu v daném místě).

Všechny předchozí rovnice – definice i zákony – platí zcela obecně , pro jakékoliv vlnění.

V následujících řádcích se dále pokusíme specifikovat základní veličiny přenosu energie pro zvláštní druh vlnění, se kterým jsme se seznámili v minulé kapitole, tj. pro ***elektromagnetické vlnění***. Začneme tím, že stanovíme ***hustotu elektromagnetické energie*** :

Známe již – a pečlivě jsme ho odvodili – vztah pro hustotu elektrické energie :

$$w \;=\; \frac{1}{2}\, \vec{E} \cdot \vec{D}$$

A také jsme uvedli analogický vztah pro hustotu energie magnetické :

$$w \;=\; \frac{1}{2}\, \vec{H} \cdot \vec{B}$$

Protože obecné elektromagnetické pole musí v sobě zahrnout jak pole elektrické, tak pole magnetické, jako svoje speciální projevy, je nejpřirozenějším předpokladem pro jeho energii, že se bude skládat z obou uvedených složek :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}\vec{E}\cdot\vec{D} + \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B} = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})}$$ ***hustota energie elmg. pole***

Tento předpoklad se stoprocentně potvrdil a energii elektromagnetického pole proto vždy můžeme interpretovat jako součet energií jeho elektrické a magnetické „části“ (které jsou reprezentovány elektrickými a magnetickými vektory intenzit a indukcí) a uvedený obecný vztah pro hustotu elektromagnetické energie je platný ve všech specifických projevech elektromagnetického pole – platí tedy také pro elektromagnetického vlnění :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D} + \vec{H}\cdot\vec{B})}$$ ***hustota energie elektromagnetického vlnění***

Pro homogenní izotropní dielektrikum jsou vektory indukce a intenzity vždy rovnoběžné :

$$\vec{B} = \mu\cdot\vec{H} \qquad \vec{D} = \varepsilon\cdot\vec{E}$$

Pak ovšem skalární součiny dávají jednoduchý výsledek :

$$\boxed{w = \frac{1}{2}(E\cdot D + H\cdot B)}$$

Z minulé kapitoly známe vztah pro fázovou rychlost elektromagnetického vlnění :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}$$

Za předpokladu, že do směru vlnění položíme osu x , můžeme tuto rychlost vyjádřit jednoduše jako vektor (pomocí jednotkového vektoru osy) :

$$\vec{c} = c\cdot\vec{i} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}\cdot\vec{i}$$

A rychlost a hustotu elektromagnetické energie pak dosadíme do obecného vztahu pro intenzitu záření :

$$\vec{I} = w\cdot\vec{c} = \frac{1}{2}(E\cdot D + H\cdot B)\cdot c\cdot\vec{i}$$

Použijeme ještě další znalosti z minulé kapitoly :

$$E = c\cdot B = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\cdot\mu}}\cdot B$$

A tedy :

$$\boxed{B = \frac{E}{c}}$$

Dále použijeme vztahy pro homogenní izotropní dielektrikum (postačí ve skalárním tvaru) :

$$B = \mu \cdot H \qquad D = \varepsilon \cdot E$$

Druhou rovnici upravíme :

$$D = \varepsilon \cdot E = \varepsilon \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot B = \varepsilon \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \cdot \mu \cdot H = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot H$$

S ohledem na vztah pro fázovou rychlost vlnění tak dostáváme :

$$\boxed{D = \frac{H}{c}}$$

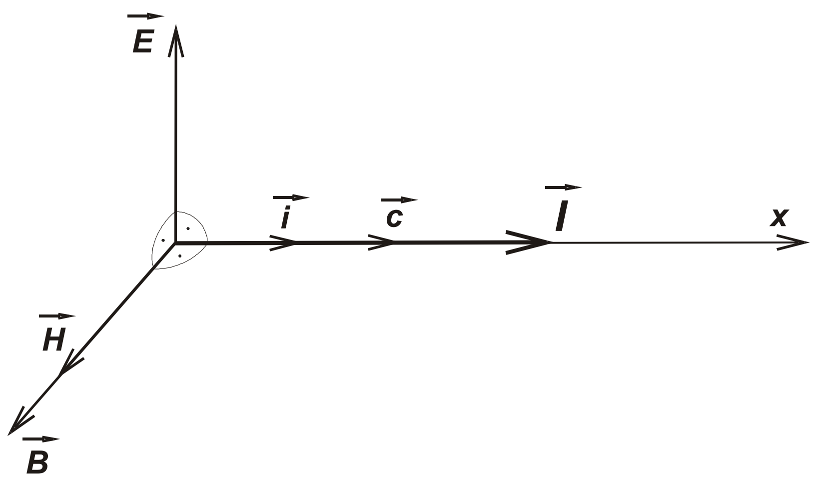
Oba (zvýrazněné) vztahy nyní dosadíme do rovnice pro intenzitu :

$$\vec{I} = w \cdot \vec{c} = \frac{1}{2}\left(E \cdot \frac{H}{c} + H \cdot \frac{E}{c}\right) \cdot c \cdot \vec{i}$$

Po jednoduchých úpravách (krácení a sečtení) dostaneme :

$$\vec{I} = \frac{1}{2}(E \cdot H + H \cdot E) \cdot \vec{i} = \frac{1}{2}(2 \cdot E \cdot H) \cdot \vec{i} = E \cdot H \cdot \vec{i}$$

Uvažme směry vektorů v elektromagnetickém vlnění, které jsme poznali v minulé kapitole - vektor $\vec{E}$ je kolmý na $\vec{B}$ a tedy i na $\vec{H}$ a oba tyto vektory jsou kolmé k ose x, tj. k vektoru $\vec{I}$ (viz obr.) :



Pak můžeme konstatovat, že součin $E \cdot H$ je právě roven velikosti vektorového součinu $\vec{E} \times \vec{H}$ a směr tohoto vektorového součinu je rovnoběžný s osou x, tj. s jednotkovým vektorem osy $\vec{i}$, i s vektorem intenzity záření $\vec{I}$

Z toho ovšem plyne jednoduchý zápis poslední rovnice :

$$\boxed{\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}}$$

intenzita elektromagnetického vlnění

Podle svého objevitele se tato veličina také nazývá ***Poyntingův vektor*** (1897)

Dodatek 1.

Dále napišme Maxwellovy rovnice a ukažme si, že z nich zákon zachování zářivé energie přímo vyplývá :

(1) $$div\,\vec{D} = \rho$$

(2) $$div\,\vec{B} = 0$$

(3) $$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(4) $$rot\,\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Předpokládejme homogenní a izotropní dielektrikum bez volných nábojů a proudů, tj. :

$$\boxed{\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \qquad \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \qquad \vec{i} = 0 \qquad \rho = 0}$$

Rovnici (3) vynásobíme skalárně magnetickou intenzitou a rovnici (4) elektrickou intenzitou :

(3) $$\vec{H} \cdot rot\,\vec{E} = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(4) $$\vec{E} \cdot rot\,\vec{H} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Odečteme rovnici (3) od rovnice (4), elektrické a magnetické indukce na pravé straně vyjádříme pomocí intenzit, konstanty vytkneme z derivací :

$$\vec{E} \cdot rot\,\vec{H} - \vec{H} \cdot rot\,\vec{E} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \cdot \frac{\partial \overline{B}}{\partial t}$$

Součiny s derivacemi na pravé straně můžeme nahradit derivací součinů (přitom se využijí vztahy indukcí a intenzit) :

$$\vec{E} \cdot rot\,\vec{H} - \vec{H} \cdot rot\,\vec{E} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\vec{E} \cdot \vec{D}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\vec{H} \cdot \vec{B})$$

Na pravé straně vytvoříme derivaci součtu a levou stranu upravíme pomocí obecného matematického vzorce :

$$div\,\vec{A} \times \vec{B} = \vec{B} \cdot rot\,\vec{A} - \vec{A} \cdot rot\,\vec{B}$$

Tak dostaneme :

$$div\,\vec{H} \times \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{1}{2} \cdot (\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B})$$

Na pravé straně je ale hustota elektromagnetické energie a na levé straně jsme dostali intenzitu záření (se záporným znaménkem) – **vznikl diferenciální tvar zákona zachování elektromagnetické energie** :

$$\boxed{-div\,\vec{I} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

Odvození zákona zachování elektromagnetické energie přímo z Maxwellových rovnic dokazuje jejich zásadní důležitost pro teorii elektromagnetických jevů.

Vidíme rovněž přesně, za jakých podmínek platí tento tvar zákona zachování energie – pro **homogenní a izotropní dielektrikum bez volných nábojů a proudů**.

Pozn. : Jestliže by například látce existovaly volné náboje a mohly by vytvářet proudy, potom část elektromagnetické energie by se také jako výkon elektrického proudu přeměňovala na energii **tepelnou** – Jouleovo teplo, které známe z elektrických obvodů. Zákon zachování energie by potom měl tvar :

$$\boxed{-div\,\vec{I} - \vec{E}\cdot\vec{i} = \frac{\partial w}{\partial t}}$$

obecný tvar zákona zachování elmg. energie

Časová změna (úbytek) energie v jednotce objemu je tedy obecně tvořena energií vyteklou z tohoto objemu a hustotou výkonu elektrického proudu, přeměněnou na teplo.

Dodatek 2

Podívejme se ještě , jak spolu souvisí intenzita záření a amplituda elektromagnetických kmitů. Předpokládejme nějaké jednoduché vlnění, např. postupnou rovinnou lineárně polarizovanou vlnu ve směru osy x , v homogenním a izotropním prostředí. Její magnetická i elektrická indukce a intenzita jsou podle minulé kapitoly řešením vlnových rovnic :

$$B_y = B = B_m \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$E_z = E = E_m \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Použijeme také vztah mezi velikostmi těchto vektorů :

$$E = c \cdot B$$

V tomto případě z této rovnice plyne také stejný vztah mezi amplitudami kmitů :

$$E_m = c \cdot B_m$$

A rovnice pro magnetickou indukci bude mít tedy tvar :

$$B = \frac{E_m}{c} \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Magnetickou indukci ještě převedeme na intenzitu :

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{E_m}{c \cdot \mu} \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

A využijeme také vztah pro fázovou rychlost vlnění :

$$H = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \cdot \frac{E_m}{\mu} \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = \sqrt{\varepsilon / \mu} \cdot E_m \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Nyní již můžeme stanovit intenzitu záření podle vztahu :

$$\vec{I} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Vektor intenzity má směr osy x , postačí tedy určit jenom jeho velikost :

$$I = E \cdot H$$

Dosadíme sem výše získané vztahy pro elektrickou a magnetickou intenzitu :

$$I = E_m \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x) \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m \cdot sin(\omega \cdot t - k \cdot x) = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2 \cdot sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

A dostaneme :

$$\boxed{I = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2 \cdot sin^2(\omega \cdot t - k \cdot x)}$$

intenzita elektromagnetického záření (okamžitá)

Tento výsledek nám poskytuje dvě důležité informace :

1) Okamžitá velikost intenzity záření je úměrná kvadrátu kmitů elektrické intenzity. Velikosti vektorů všech elektromagnetických veličin, tj. magnetické intenzity a indukce a elektrické intenzity a indukce jsou všechny navzájem přímo úměrné, neboť platí :

$$B = \mu \cdot H \qquad D = \varepsilon \cdot E \qquad E = c \cdot B$$

Okamžitá intenzita záření je tedy úměrná kvadrátu kmitů jakékoliv veličiny elektromagnetického pole .

2) Intenzita záření tedy není konstantní, je to funkce místa a času :

$$I = I(x,t)$$

Je také vidět, že - jako kvadrát funkce sinus – jde o periodickou funkci, s poloviční periodou oproti kmitům pole, tedy s dvojnásobnou frekvencí.

Když si uvědomíme vysokou frekvenci například viditelného světla - pro vlnovou délku 500 nm (žlutá barva) to je :

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 m/s}{500 \cdot 10^{-9}\ m} = 6 \cdot 10^{14}\ Hz$$

Potom je ovšem jasné, že například <u>lidské oko nedokáže</u> vnímat tak rychlé kmity (víme, že frekvence, při které již neregistrujeme kolísání intenzity obrazů je asi 60 Hz – frekvence monitorů) a že tedy zřejmě vnímáme jen **<u>střední hodnotu</u>** intenzity :

$$\boxed{\langle I \rangle = \overline{I} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T I(x,t) \cdot dt}$$

<u>Pozn.</u>: **<u>Střední hodnota fyzikální veličiny</u>** se vždy definuje <u>jako myšlená konstantní hodnota</u> dané proměnlivé veličiny, která má během zadané doby stejný účinek jako tato proměnlivá veličina.
Zde to je taková **konstantní intenzita**, při které se během periody (tj. i během jakéhokoliv jejího násobku) přes jednotkovou kolmou plošku přenese stejný zářivý výkon :

$$P = \overline{I} \cdot T = \int_0^T I(t) \cdot dt$$

Dosaďme do integrálu naši okamžitou intenzitu :

$$\overline{I} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2 \cdot \sin^2\left(\omega \cdot t - k \cdot x\right) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2 \cdot \int_0^T \sin^2\left(\omega \cdot t - k \cdot x\right) \cdot dt$$

Laskavý čtenář se snadno výpočtem přesvědčí, že hodnota určitého integrálu je $T/2$, potom bude :

$$\overline{I} = \frac{1}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2 \cdot \frac{T}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_m^2$$

Zapíšeme to obecněji :

$$\boxed{\overline{I} = konst \cdot E_m^2}$$

<u>střední intenzita elmg. záření</u>

<u>Střední intenzita je přímo úměrná kvadrátu amplitudy elektrické intenzity</u>, nebo - opět z důvodu přímé úměry velikostí <u>všech</u> elektromagnetických veličin – je ***<u>přímo úměrná kvadrátu amplitudy jakékoliv veličiny</u>*** elektromagnetického pole (E, D, B, H).

Takto reaguje na dopadající elektromagnetickou energii nejen lidské oko, ale i většina běžných detektorů světla (fotonásobiče, polovodičové detektory) – jejich signály jsou úměrné kvadrátu amplitudy – jsou proto označovány jako ***<u>kvadratické detektory</u>*** .

(konec kapitoly) **(K.Rusňák, 11/05)**