Elektromagnetické pole

Z Faradayova zákona :

$$rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

je ihned vidět, že při každé změně magnetického pole (způsobené například proměnlivými, nestacionárními proudy) vzniká pole elektrické – pole magnetické a pole elektrické jsou tak spolu jednoznačně svázány .

Dále si uvědomíme, že elektrické (elektrostatické) pole je silové působení pouze klidových nábojů a u nábojů v pohybu se definuje proud a vzniká pole magnetické (magnetostatické).
Z mechaniky ale víme, že klid a pohyb jsou relativní pojmy (závisí na použité soustavě souřadnic) – a stejně relativní musí být pojmy „elektrické pole“ a „magnetické pole“ - jsou to zřejmě pouze dva projevy jediné obecnější reality, která byla nazvána ***elektromagnetického pole*** .

Protože toto předpokládané obecné pole se v různých konkrétních podmínkách projevuje jako již známé a dobře popsané pole elektrické nebo magnetické, bylo možné očekávat, že :

- k jeho popisu by se možná nemusely zavádět nové fyzikální veličiny a mohly by postačit veličiny již známé, definované v těchto dvou polích, tj. elektrická a magnetická intenzita a indukce $(\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B})$.
- základní rovnice charakterizující elektromagnetické pole by mohly být nalezeny zobecněním již známých vztahů z elektrického a magnetického pole.

To se také podařilo Maxwellovi ve druhé polovině 19. století.
Sledujme nyní jeho základní postup :
Napišme všechny známé rovnice z elektrického a magnetického pole:

1) $rot\,\vec{E} = 0$ (konzervativnost elektrického pole)

2) $div\,\vec{D} = \rho$ (Gaussův zákon)

3) $div\,\vec{B} = 0$ (Bezejm. zákon) (neex. mg. nábojů)

4) $rot\,\vec{H} = \vec{i}$ (Ampérům zákon)

5) $rot\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (Faradayův zákon)

Rovnici (1) lze vynechat – je zřejmě speciálním tvarem rovnice (5) při neexistenci magnetického pole. Maxwell pak prozkoumal zbylé čtyři rovnice a dospěl k závěru, že pouze rovnice (4) vyžaduje zobecnění, neboť obsahuje „relativní“ veličinu elektrický proud (která existuje pouze u pohybujících se nábojů, na rozdíl od hustoty nábojů v rovnici (2), kterou lze definovat vždy, ať jsou náboje v klidu, či v pohybu) .
Pro zobecnění rovnice (4) provedeme ve shodě s Maxwellem následující postup
Nejprve uděláme divergenci obou stran rovnice

$$div\, rot\, \vec{H} = div\, \vec{i}$$

Protože divergence rotace libovolné spojité funkce je vždy nulová (D.cv.) , vzniká tím jednoduchý vztah :

$$div\, \vec{i} = 0$$

Dostali jsme vlastně rovnici kontinuity, ale jen ve <u>speciálním</u> tvaru platném pro stacionární proudy (to jsou ty „obyčejné“ proudy ve vodičích, konstantní v celé délce vodiče). To je samozřejmě v pořádku, neboť rovnice (4) byla také pro tyto proudy odvozena.
Elektrický proud ale obecně nemusí být stacionární a pak bude také platit obecný tvar rovnice kontinuity :

$$-div\, \vec{i} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Po převedení obou členů na jednu stranu rovnice :

$$div\, \vec{i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Dosaďme za hustotu náboje z Gaussova zákona, tj. z rovnice (2), a dostaneme :

$$div\, \vec{i} + \frac{\partial}{\partial t}\, div\, \vec{D} = 0$$

Protože divergenci tvoří pouze prostorové derivace, je možné (u spojité funkce) provést jejich záměnu s derivací časovou :

$$div\, \vec{i} + div\, \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$$

Součet divergencí je ovšem roven divergenci součtu obou funkcí (to byste jistě sami dokázali užitím pravidel o derivacích), takže :

$$div\, (\vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) = 0$$

Druhý člen v závorce se sčítá s „obyčejným“ proudem volných nábojů (proudovou hustotou), musí tedy mít <u>stejný fyzikální rozměr</u> a mohl by mít i <u>stejný fyzikální smysl</u> – Maxwell ho nazval <u>posuvným proudem</u> (vzpomeňte, jak jsme při odvozování elektrické indukce zkoumali pohyby, <u>posuny</u> vázaných nábojů – a jestliže by tyto posuny byly spojeny s časovými změnami indukce vznikl by zřejmě spojitý pohyb nábojů a posuvný proud by vyhověl základní definici elektrického proudu) :

$$\boxed{\vec{i}_p = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

Maxwellův posuvný proud

Dostáváme tedy obecný vztah :

$$div\,(\vec{i} + \vec{i}_p) = 0$$

Z matematického hlediska by pak tento vztah mohl být důsledkem obecného tvaru Ampérova zákona :

$$rot\,\vec{H} = \vec{i} + \vec{i}_p$$

Poslední krok ovšem není jednoznačný , protože na místě magnetické intenzity vlastně může být jakákoliv spojitá funkce - a její divergence bude vždy nulová.

Maxwell ale učinil osudový ***zásadní předpoklad*** , že posuvný proud se účastní generování magnetického pole naprosto stejně jako „obyčejný“ proud volných nábojů – pak na pravé straně Ampérova zákona, tj. na místě zdrojů magnetického pole, musí vystupovat oba tyto proudy
Ampérův zákon pak tedy skutečně bude mít obecný tvar :

$$rot\,\vec{H} = \vec{i} + \vec{i}_p$$

Nebo po dosazení za posuvný proud :

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}}$$

obecný Amperův zákon

Takto vznikly Maxwellovy rovnice , které považujeme za „základní rovnice“ elektromagnetického pole :

$$\boxed{\begin{aligned} div\,\vec{D} &= \rho \\ div\,\vec{B} &= 0 \\ rot\,\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ rot\,\vec{H} &= \vec{i} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned}}$$

Maxwellovy rovnice *(1864, uvedený tvar až 1887 Hertz)*

Jejich význam je nesporný :

- velké množství poznatků z elektřiny a magnetismu je zobecněno do čtyř formálně jednoduchých přehledných rovnic
- nejdůležitější vlastností rovnic je jejich značná symetrie (zejména pro $\rho = 0, \quad i = 0$, tj. pro dielektrikum bez volných nábojů)
- tato symetrie dokazuje naprostou rovnocennost (svázanost, spojitost) elektrického a magnetického pole - žádné z obou polí není prvotní, ani nějakým způsobem „privilegované“ a časová změna kteréhokoliv z nich vyvolá pole druhé
- Maxwellovy rovnice v sobě „obsahují“ – tj. je možno z nich odvodit další důležité vztahy – zákon zachování energie, vztahy mezi elektrickými a magnetickými vektory, …
- byly z nich předpovězeny nové, dosud neznámé jevy a vlastnosti elektromagnetického pole (viz další kapitola)
- byl to vynikající, asi největší úspěch klasické fyziky, který připravil pole pro Einsteinovu teorii relativity (a ta na něm nic nezměnila)
- a byla to „labutí píseň“ klasické fyziky, její poslední úspěch - začíná rozvoj moderní fyziky (její dva hlavní zdroje tvoří teorie relativity a kvantová mechanika)

(konec kapitoly) **(K.Rusňák, 11/05)**