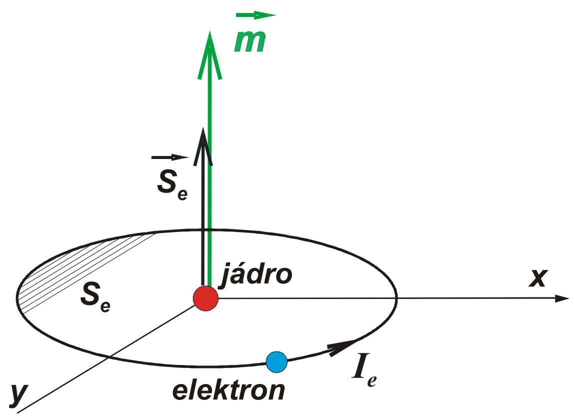
Magnetické pole v látce

Podobně jako u elektrického dipólu v elektrostatice, vynikne význam magnetického dipólu až tehdy, když zkoumáme magnetické pole ne pouze ve vakuu, ale také ve hmotném prostředí (látka, magnetikum).
Z elektrostatiky víme, že v látkách existují volné náboje , které se mohou pohybovat a vytvářet proudy, a také náboje vázané , které sice nemohou opustit svoje místo ve struktuře látky, ale svým malým posunem v elektrickém poli vytvářejí elektrické dipóly.
Jako příklad takového chování jsme uvedli posun kladného jádra atomu ve směru elektrické intenzity a záporného elektronového obalu (jeho centra) v směru opačném.

Ovšem i vázané náboje vytvářejí proudy - a právě atom je také vhodným příkladem – vždyť elektron obíhající jádro vlastně vytváří elektrický proud I_e obtékající nějakou velmi malou plošku S_e (viz obr.) – vzniká tak magnetický dipól s dipólovým momentem :

$$\boxed{\vec{m} = I_e \cdot \vec{S}_e}$$

dipólový moment atomu



Pozn. 1 : Elektronový proud je možno také dobře vypočítat : jestliže předpokládáme, že elektron s nábojem e obíhá jádro po (kruhové) dráze s periodou oběhu T (frekvencí f) a představíme si nějakou plochu příčnou k dráze elektronu – potom za 1 sekundu nastane f oběhů elektronu, a tedy f - krát se přenese přes tuto plochu náboj velikosti e, a podle definice je tedy elektrický proud :

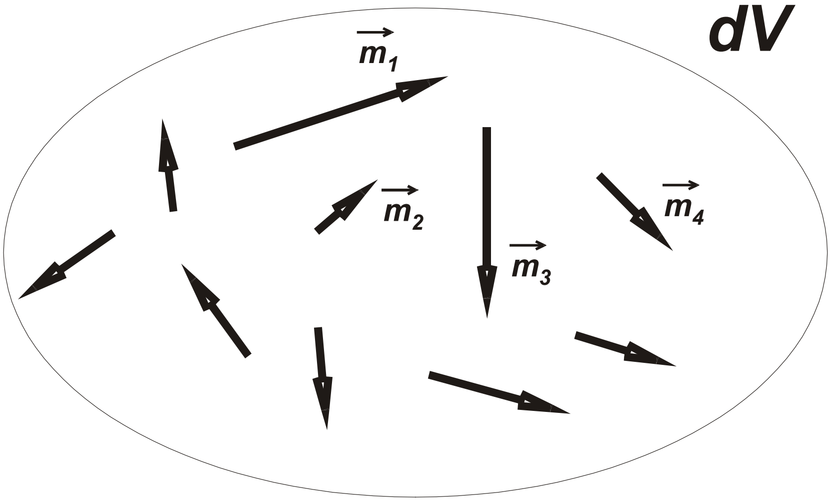
$$I_e = \frac{dQ}{dt} = \frac{f \cdot e}{1\,[sec]} = f \cdot e$$

Pozn. 2 : Představa elektronu obíhajícího jádro není sice v souladu se dnešním modelem atomu, jde vlastně o planetární model Rutherfordův, případně Bohrův, velmi často je však možno tuto představu použít, aniž se dostaneme se současnou fyzikou do sporu.

Každá látka obsahuje ovšem obrovské množství atomů, tedy také magnetických (i elektrických) dipólů. Jedná se o skutečně nepředstavitelně velké počty – řádu Avogadrova čísla, tedy asi $6 \cdot 10^{23}$ atomů v jednom molu (tj. řádově desítky gramů látky).

Uvažujme dále obecně : nechť v malém objemu dV existuje N magnetických dipólů s dipólovými momenty (viz obr.) :

$$\vec{m}_1 = I_1 \cdot \vec{S}_1$$
$$\vec{m}_2 = I_2 \cdot \vec{S}_2$$
$$\vec{m}_3 = I_3 \cdot \vec{S}_3$$
$$\vdots$$
$$\vec{m}_N = I_N \cdot \vec{S}_N$$



Jejich součet pak nazveme ***celkový magnetický dipólový moment*** v objemu dV :

$$d\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \vec{m}_3 + \cdots + \vec{m}_N = \sum_{k=1}^{N} \vec{m}_k = \sum_k I_k \cdot \vec{S}_k$$

A analogicky jako u elektrického pole v látce definujeme novou fyzikální veličinu vztahem :

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}}$$

vektor ***magnetizace dielektrika***

Slovně : vektor magnetizace dielektrika je celkový magnetický dipólový moment v jednotce objemu, tedy ***(objemová) hustota (celkového) magnetického dipólového momentu*** v daném místě látky.

Ve zvláštním (ale častém) případě ***homogenního magnetika*** , které má stejné vlastnosti (stejné dipóly) ve všech místech , bude pak :

$$\vec{m}_1 = \vec{m}_2 = \ldots \vec{m}_N = \vec{m} = I_e \cdot \vec{S}_e$$

A pro celkový dipólový moment vznikne jednoduchý vztah :

$$d\vec{m} = \sum_{k=1}^{N} \vec{m}_k = N \cdot \vec{m}$$

Který dosadíme do vztahu pro magnetizaci :

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = \frac{N \cdot \vec{m}}{dV}$$

Jestliže ještě označíme :

$$\boxed{n = \frac{N}{dV}}$$

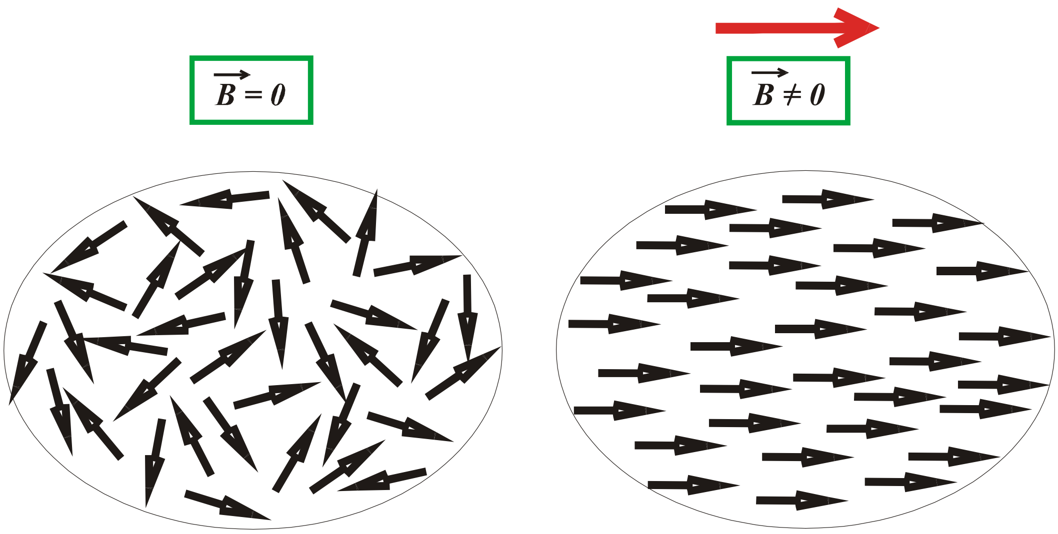
(objemová) ***koncentrace magnetických dipólů***

Pak pro magnetizaci v homogenní látce platí jednoduchý tvar :

$$\boxed{\vec{M} = n \cdot \vec{m} = n \cdot I_e \cdot \vec{S}_e}$$

Situace je ovšem poněkud komplikovanější – i kdyby v homogenní látce byly všechny dipóly stejné, jejich vektory ale <u>nebudou</u> mít obecně stejný směr. Je to analogické orientační polarizaci dielektrika, při které se původně náhodně orientované elektrické dipóly natáčejí do směru elektrického pole.

Magnetické dipóly jsou při **neexistenci magnetického** pole ve hmotném prostředí také orientovány zcela <u>náhodně</u> , a proto je jejich výsledný <u>vektorový součet</u> – tj. celkový dipólový moment ve zvoleném objemovém elementu vždy <u>nulový</u> (viz obr.) :



$$d\vec{m} = \sum_{k=1}^{N} \vec{m}_k = 0$$

a samozřejmě je pak nulová také magnetizace (tzv. <u>***magneticky měkké látky***</u>):

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = 0}$$

Teprve při vložení látky do (magnetického) pole <u>vznikne silový moment</u> (úměrný poli, viz minulá kapitola), který začne otáčet dipóly do směru magnetické indukce – <u>nemůže</u> ovšem způsobit nějakou výraznou rotaci dipólů, neboť musí překonávat existující vazbové síly dipólů - způsobí tedy jen malé <u>natočení</u> dipólů do <u>směru pole</u> - tzv. <u>***jev magnetizace***</u> látky - takže v tomto směru vzniká výsledný dipólový moment (a <u>vektor magnetizace</u>) - a s rostoucím polem se obě tyto veličiny samozřejmě zvětšují.

Podobně jako u elektrických dipólů i zde proto platí, že u <u>***homogenních a izotropních látek***</u> (a magneticky měkkých) je magnetizace přímo úměrná magnetickému poli :

$$\boxed{\vec{M} = konst. \cdot \vec{B}}$$

lineární magnetikum

Z důvodů, které jasně uvidíme o několik stránek dále při zápisu Ampérová zákona, se koeficient této úměry definuje až pro magnetickou intenzitu :

$$\boxed{\vec{M} = \kappa_m \cdot \vec{H}}$$

definice magnetické susceptibility

Kde veličina κ_m se nazývá ***magnetická susceptibilita*** prostředí. Její hodnota závisí jedině na vlastnostech zkoumané látky (na její struktuře, druhu základních částic, vazebních silách ….).

Pozn. 1. : Odvozený vztah pro vektor magnetizace :

$$\vec{M} = n \cdot \vec{m} = n \cdot I_e \cdot \vec{S}_e$$

je pak možno ponechat v platnosti, při jednoduché modelové představě, že magnetizaci látky vyjádříme menším počtem maximálně zorientovaných dipólů a že s rostoucím magnetickým polem se koncentrace těchto dipólů úměrně zvyšuje :

$$n \approx H$$

Pozn. 2. : Druhá část obrázku tedy ukazuje nereálný stav dokonale zmagnetizované látky, který by u magneticky měkkých látek mohl nastat jedině v extrémně silném poli, nebo - viz dále :

Pozn. 3. : V malé, ale významné skupině ***magneticky tvrdých látek*** (trvalé magnety) jsou i v nulovém vnějším poli všechny dipóly maximálně zorientovány a vektor magnetizace má konstantní hodnotu :

$$\boxed{\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = konst.}$$

magneticky tvrdé látky

Předchozí rovnice nás také přivádějí k úvahám, jaké je vlastně magnetické pole uvnitř látky, v místě dipólů, zda je stejné jako by bylo ve vakuu …. - a dojdeme opět k analogickým závěrům jako u elektrických dipólů :

Po vložení hmotného prostředí do vnějšího magnetického pole dojde k jevu magnetizace látky a zorientované magnetické dipóly vytvoří svoje vlastní, vnitřní magnetické pole, které se podle principu superpozice skládá s původním vnějším polem a obě tyto pole dohromady vytvoří v látce výsledné magnetické pole , které je jistě odlišné od původního vnějšího pole :

$$\vec{B} = \vec{B}_{vně} + \vec{B}_{vlastní}$$

Je tedy jasné, jak dipóly ovlivňují, spoluvytvářejí výsledné magnetické pole v látce. Pro kvantitativní popis jejich působení a pro stanovení výsledného magnetického pole v látce se zavádí nová fyzikální veličina – vektor ***magnetické intenzity*** následujícím postupem :

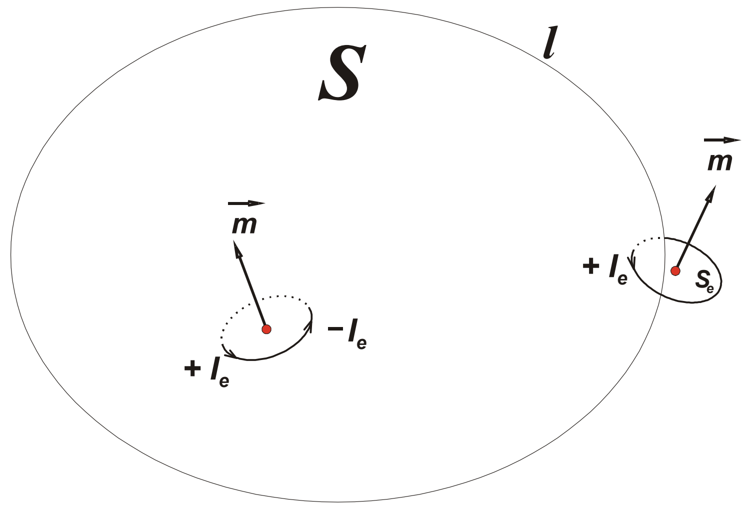
Zvolme v dielektriku spojitou plochu S, ohraničenou uzavřenou křivkou l.

Pro studium magnetického pole použijeme Amperův zákon, který (stejně jako Gaussův zákon v elektrostatice) spojuje ***zdroje*** (proudy, na pravé straně rovnice) a jejich důsledek - magnetické ***pole*** (magnetická indukce, na levé straně rovnice) :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} \;=\; \mu_o \cdot I$$

Pro stanovení magnetického pole je tedy nutné určit proud tekoucí přes plochu S :

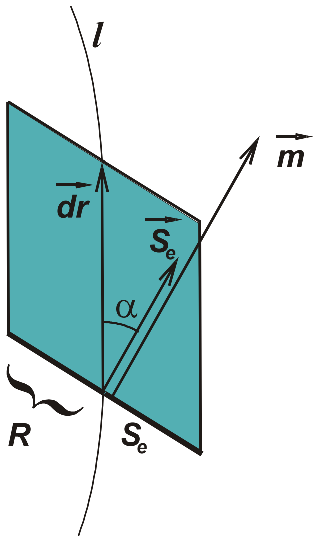
Na rozdíl od vakua, kde mohou téci pouze proudy volných nábojů, ve hmotném prostředí (jak jsme ukázali výše) existují „mikroskopické“ proudy vázaných nábojů (elektronové proudy) – a pro stanovení jejich vlivu na výsledné magnetické pole potřebujeme tedy znát, jaký ***celkový mikroskopický proud*** přes plochu S tyto proudy vytvářejí :



Z obrázku dobře vidíme, že **„uprostřed“ plochy** S je vliv mikroskopických proudů nulový, neboť z důvodů uzavřenosti elektronových proudů je výsledný náboj přenesený těmito proudy přes plochu **nulový** (náboj elektronu přechází přes plochu S střídavě oběma směry).

Pouze **„na okraji“** plochy je tento přenesený náboj **různý od nuly** (elektron při svém zpětném pohybu mine plochu S).

Předpokládejme homogenní a izotropní látku, tj látku obsahující stejné dipóly stejných vlastností a proveďme s pomocí následujícího obrázku je detailní rozbor situace podél nějakého elementu $d\vec{l}$ hraniční křivky l :



Jestliže R je poloměr plošky S_e , potom k přenosu náboje přes plochu S zřejmě přispějí všechny dipóly, které leží (tj. jejich středy) maximálně do vzdálenosti právě R od hranice plochy, tzn. všechny dipóly v objemu :

$$dl \cdot S_e \cdot \cos\alpha \;=\; d\vec{l} \cdot \vec{S}_e$$

Při koncentraci dipólů n (množství v jednotce objemu) je jejich počet v tomto objemu :

$$dN \;=\; n \cdot d\vec{l} \cdot \vec{S}_e$$

A protože každý dipól přispívá svým elektronovým proudem I_e , tak všechny tyto dipóly dohromady vytvářejí proud :

$$dI \;=\; dN \cdot I_e \;=\; n \cdot d\vec{l} \cdot \vec{S}_e \cdot I_e$$

Použijeme ještě dříve odvozený vztah pro vektor magnetizace homogenního a izotropního prostředí a dostaneme jednoduchý výraz pro mikroskopický proud plochou S, který teče podél elementu hraniční křivky :

$$dI \;=\; n \cdot d\vec{l} \cdot \vec{S}_e \cdot I_e \;=\; \vec{M} \cdot d\vec{l}$$

Celkový mikroskopický proud plochou S potom dostaneme sečtením všech těchto výrazů podél celé hraniční uzavřené křivky l :

$$\boxed{I_{mikro} \;=\; \oint_l dI \;=\; \oint_l \vec{M} \cdot d\vec{r}}$$

mikroskopický proud (plochou S)

V obecnosti můžeme ještě předpokládat, že přes plochu S teče také nějaký „makroskopický, obyčejný“ proud volných nábojů I (například ve vodičích), pak ***celkový proud*** plochou S bude součtem obou těchto proudů :

$I + I_{mikro}$

A ten musí vystupovat na pravé straně Ampérová zákona :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_o \cdot (I + I_{mikro})$$

Dosaďme za mikroskopický proud:

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_o \cdot (I + \oint_l \vec{M} \cdot d\vec{r})$$

Rovnici vydělíme permeabilitou vakua a integrál z pravé strany převedeme nalevo :

$$\frac{1}{\mu_o} \cdot \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} - \oint_l \vec{M} \cdot d\vec{r} = I)$$

Stejné integrály je ovšem možno sečíst :

$$\oint_l (\frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}) \cdot d\vec{r} = I)$$

Vzniklý výraz v závorce pak definuje vektor nové fyzikální veličiny magnetické intenzity :

$$\boxed{\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}}$$

<u>magnetická intenzita</u> *(vektor)*

Dostaneme tedy:

$$\boxed{\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{r} = I}$$

<u>Amperův zákon ve hmotném prostředí</u> (pro magnetickou intenzitu)

Je ihned zřejmá výhoda zavedení nové fyzikální veličiny <u>magnetické intenzity</u> : v Amperově zákonu <u>zmizí</u> mikroskopický proud I_{mikro} (jehož stanovení je obecně velmi obtížné, neboť závisí na mikroskopických vlastnostech zkoumané látky) a <u>zůstane</u> – jako dříve – pouze známý (dobře měřitelný) proud volných nábojů I .

Tento proud můžeme vyjádřit (viz kapitola „Elektrický proud“) pomocí proudové hustoty :

$$\oint_l \vec{H} \cdot d\vec{r} = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

A levou stranu Ampérova zákona upravíme pomocí Stokesovy věty :

$$\iint_S rot\, \vec{H} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

Z rovnosti stejných integrálů pak plyne rovnost funkcí :

$$\boxed{rot\,\vec{H} = \vec{i}}$$ ***Amperův zákon ve hmotném prostředí*** (dif.tvar)

Vraťme se nyní k vektoru magnetické intenzity, jak byl výše definován :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$$

Osamostatníme magnetickou indukci :

$$\vec{B} = \mu_o \cdot \vec{H} + \mu_o \cdot \vec{M}$$

A nyní už dobře vidíme, proč byla magnetická susceptibilita definována jako koeficient úměry mezi magnetizací a magnetickou intenzitou :

$$\vec{M} = \kappa_m \cdot \vec{H}$$

Jestliže totiž tento vztah dosadíme do předchozí rovnice :

$$\vec{B} = \mu_o \cdot \vec{H} + \mu_o \cdot \kappa_m \cdot \vec{H}$$

Je pak možné jednoduché vytknutí permeability vakua :

$$\vec{B} = \mu_o \cdot (1 + \kappa_m) \cdot \vec{H}$$

A můžeme definovat materiálové konstanty :

$$\boxed{\mu_r = 1 + \kappa_m}$$ ***relativní permeabilita prostředí***

$$\boxed{\mu = \mu_o \cdot \mu_r}$$ ***permeabilita prostředí***

Dostáváme tak vztah známý již ze střední školy :

$$\boxed{\vec{B} = \mu_o \cdot \mu_r \cdot \vec{H} = \mu \cdot \vec{H}}$$ ***vztah magnetické indukce a intenzity***

Tento vztah můžeme dosadit do Amperova zákona:

$$\oint_l \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{r} = I$$

A vznikne tak jeho další použitelný tvar (ve hmotném prostředí, pro magnetickou indukci) :

$$\boxed{\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu \cdot I = \mu_o \cdot \mu_r \cdot I}$$

Případně v diferenciálním tvaru :

$$\boxed{rot\,\vec{B} = \mu \cdot \vec{i} = \mu_o \cdot \mu_r \cdot \vec{i}}$$

Z obou těchto tvarů (a také přímo ze vztahu magnetické indukce a intenzity) je jasně vidět, jaké je vlastně magnetické pole v látce, oproti vakuu :

Kdyby proud I tekl ve vakuu, pak by pro magnetickou indukci vzniklého pole $\vec{B}_o$ platilo podle Ampérová zákona :

$$\oint_l \vec{B}_o \cdot d\vec{r} = \mu_o \cdot I$$

A kdyby stejný proud I tekl ve hmotném prostředí, pak by magnetická indukce $\vec{B}$ splňovala vztah :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu \cdot I = \mu_o \cdot \mu_r \cdot I$$

Vidíme, že pravá strana je nyní μ_r - krát větší než ve vakuu, a proto musí taková být i strana levá :

$$\boxed{\vec{B} = \mu_r \cdot \vec{B}_o}$$

Slovně : ***ve hmotném prostředí je magnetické pole*** μ_r ***- krát větší*** , než by bylo ve vakuu (od stejných proudů).

Podle hodnoty magnetické permeability, případně susceptibility rozlišujeme tři skupiny látek :

1) Látky ***diamagnetické*** , které magnetické pole poněkud zeslabují ($\kappa_m < 0, \quad \mu_r < 1, \quad \mu_r \approx 1$)
2) Látky ***paramagnetické*** , které magnetické pole poněkud zesilují ($\kappa_m > 0, \quad \mu_r > 1, \quad \mu_r \approx 1$)

   V obou těchto případech je tedy magnetické pole v látce jen málo odlišné od pole ve vakuu, velká změna nastane až u třetí skupiny látek :
3) Látky ***feromagnetické*** , které magnetické pole výrazně zesilují ($\kappa_m > 0, \quad \mu_r >> 1$)

   Tyto látky mají také další typické vlastnosti :
   - jejich permeabilita není konstantní
   - po vypnutí pole se magnetizace nevrátí na nulovou hodnotu, dipóly zůstanou částečně orientované

(konec kapitoly) **(K.Rusňák, 11/05)**