Zákony magnetického pole

Přesněji řečeno – budeme zkoumat ***magnetostatické*** pole, tj. časově neproměnné (stacionární) magnetické pole, které je způsobeno stacionárními proudy nebo zmagnetovanými látkami.

Magnetické pole je opět polem silovým – tj. bude popsáno silou působící na zkušební elektrický bodový náboj q .

„Magnetická“ síla je bohužel výrazně komplikovanější povahy než Coulombova elektrostatická síla :

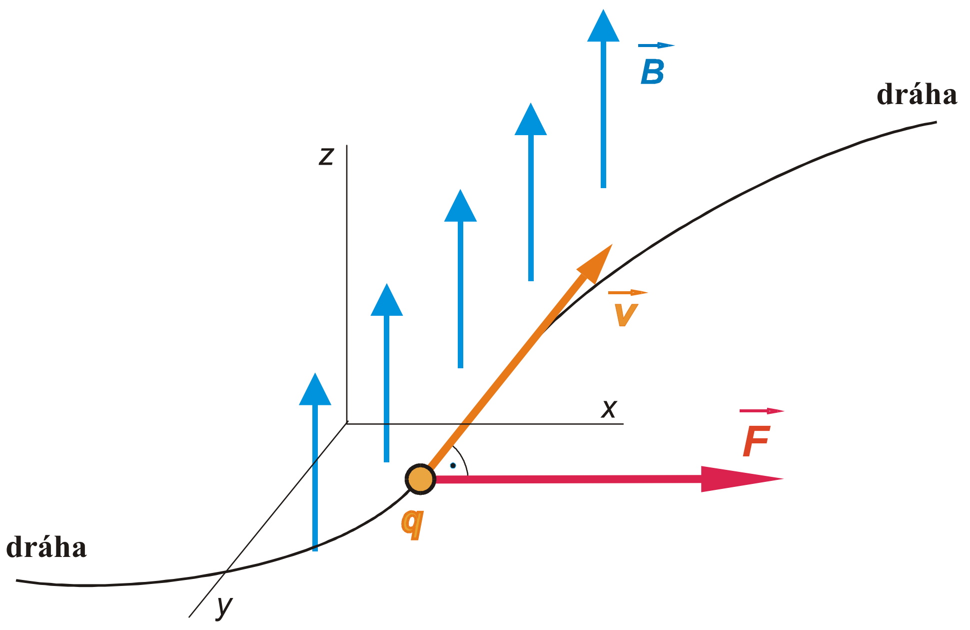
- na elektrický náboj v klidu nepůsobí v magnetickém poli žádná síla
- pokud se (bodový) náboj pohybuje nenulovou rychlostí, působí na něj síla úměrná velikosti náboje, velikosti rychlosti a závisející na směru této rychlosti podle vztahu :

$$\boxed{\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}}$$

Lorentzův vztah ***(Lorentzova síla)***

Vektorová veličina $\vec{B}$ - **magnetické indukce -** vyjadřuje působení magnetického pole na elektrický náboj, je jeho základním parametrem, který existuje v každém místě prostoru.

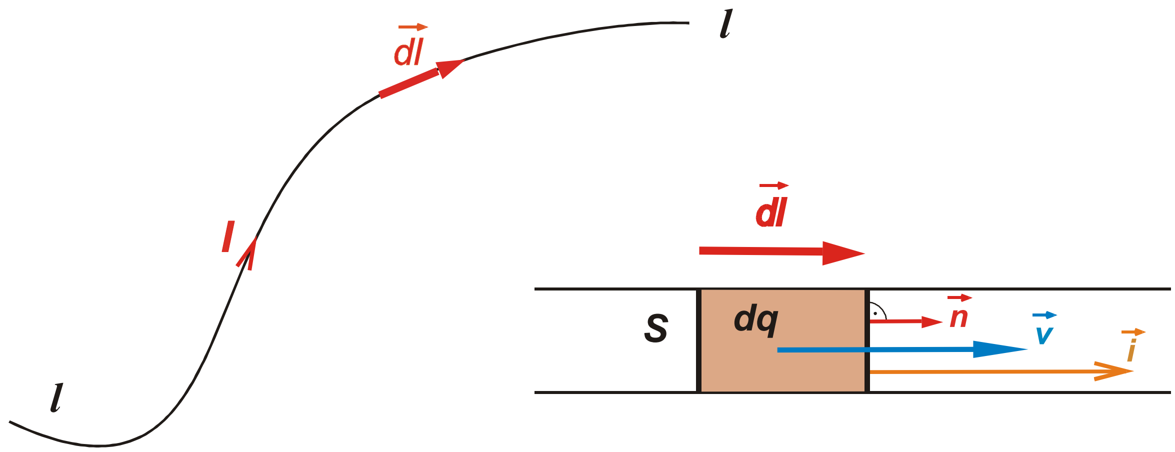
Pozn.: Tato rovnice vlastně magnetickou indukci definuje, také její jednotku (magnetické pole má magnetickou indukci 1 Tesla = 1T, jestliže působí silou 1 N na náboj velikosti 1 C, který se pohybuje rychlostí 1 m/s kolmo na směr indukce.)



Z Lorentzova vztahu dobře vidíme, že na náboj v klidu ($v = 0$) magnetického pole nepůsobí - a působící síla je rovněž nulová ve speciálním případě rychlosti náboje rovnoběžné s vektorem magnetické indukce. Dále - Lorentzova síla je vždy kolmá k rychlosti pohybu náboje, tj. k tečně dráhy, má tedy charakter dostředivé síly, na rozdíl od síly elektrostatické nemůže způsobit tečné zrychlení.

Uvažme ještě, že když na pohybující se náboj v magnetickém poli působí síla, musí působit i na náboje, které tvoří elektrický proud v nějakém vodiči a ve svém důsledku se pak tato síla přenáší na vodič a snaží se ho v magnetickém poli vychýlit.

Představme si tedy takový vodič obecného tvaru protékaný proudem I (viz obr.) a abychom mohli aplikovat Lorentzův vztah pro bodový náboj, stanovme nejprve silové působení na nekonečně malý elementární úsek vodiče $d\vec{l}$ $(d\vec{r})$ orientovaný ve směru proudu :



Na celkový náboj dq v tomto elementu vodiče , který se pohybuje nějakou rychlostí v , pak podle Lorenzova vztahu působí síla (je to část celkové síly na vodič) :

$$d\vec{F} = dq \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Pomocí délky dl elementu vodiče a jeho příčného průřezu S vyjádříme nyní jeho objem :

$$dV = S \cdot dl$$

Za předpokladu spojitého rozložení náboje ve vodiči s objemovou hustotou ρ , kterou na elementárním úseku lze považovat za <u>konstantní</u>, pak můžeme určit celkový náboj :

$$dq = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dl$$

A jeho dosazením upravíme levou část vektorového součinu, kde pak ještě vyjádříme rychlost pomocí jednotkového vektoru a tento vektor pak připojíme ke skalární délce úseku vodiče - vznikne tak <u>vektorový</u> element vodiče :

$$dq \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot dl \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot dl \cdot v \cdot \vec{n} = \rho \cdot S \cdot v \cdot d\vec{l}$$

Zbylé skaláry pak dohromady vytvoří proud vodičem, neboť součin hustoty nábojů a jejich rychlosti je podle kapitoly „Elektrický proud“ roven proudové hustotě, která je také (stejně jako ρ i v) <u>konstantní</u> na celé ploše S a je k ní <u>kolmá</u> , proto bude :

$$I = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S} = \iint_S i \cdot dS = i \cdot \iint_S dS = i \cdot S = \rho \cdot v \cdot S$$

Nakonec tedy dostáváme :

$$dq \cdot \vec{v} = \rho \cdot S \cdot v \cdot d\vec{l} = i \cdot S \cdot d\vec{l} = I \cdot d\vec{l}$$

Získaný vztah obsahuje už jen parametry vodiče a proudu, je vhodný pro dosazení do rovnice pro sílu na element vodiče v magnetickém poli :

$$d\vec{F} = I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

A síla působící na celý vodič je pak součtem – integrálem těchto výrazů :

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} = \int_l I \cdot d\vec{l} \times \vec{B}$$

Stacionární proud je pochopitelně možno vytknout :

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \int_l d\vec{l} \times \vec{B}}$$

síla na vodič s proudem

Speciálně v homogenním poli můžeme vytknout konstantní magnetickou indukci :

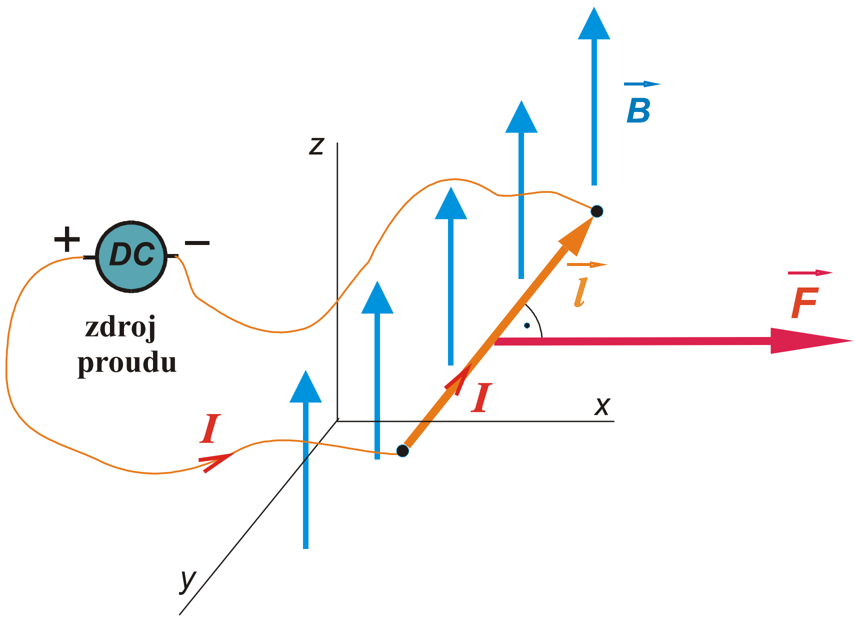
$$\vec{F} = I \cdot \int_l d\vec{l} \times \vec{B} = I \cdot \left(\int_l d\vec{l} \right) \times \vec{B}$$

A jestliže by navíc vodič byl přímý, sečtou se všechny jeho rovnoběžné elementy do výsledného vektoru vodiče :

$$\boxed{\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}}$$

síla na přímý vodič v homogenním mg. poli

Dostáváme tak známý středoškolský vzorec, ve kterém při znalosti vektorového součinu není ani potřeba zavádět „pravidlo levé ruky“



Základní veličina magnetického pole - vektor magnetické indukce – byla intenzivně hledána od prvních let 19. století - roku 1820 Jean Baptiste Biot a Félix Savart experimentálně nalezli, že je úměrná elektrickému proudu a že závisí na tvaru vodiče, kterým proud protéká, a na vzdálenosti od něj, což matematicky zformuloval Pierre Simon de Laplace do následujícího zákona :

Nechť l je vodič protékaný proudem (stacionárním) I , pak jeho element $d\vec{l}$ přispívá k magnetické indukci v bodě X hodnotou :

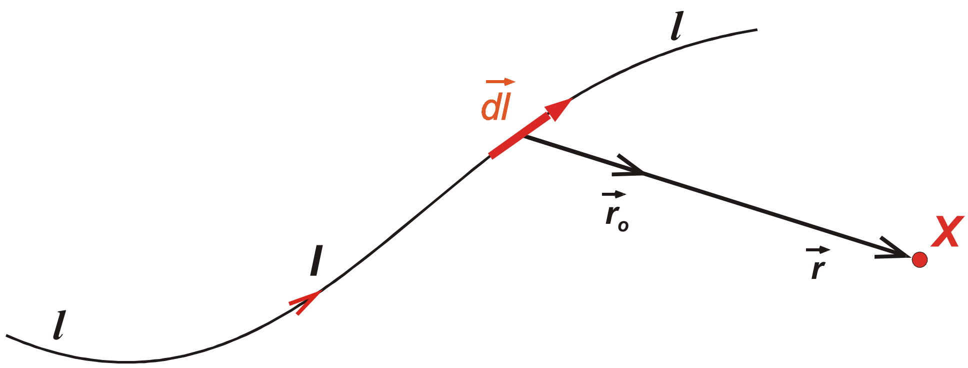
$$\boxed{d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^2} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}_o}$$

Biottův – Savartův zákon

kde $\vec{r}$ je polohový vektor bodu X vzhledem k $d\vec{l}$ a μ_o je fyzikální konstanta :

$$\boxed{\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \quad [WbA^{-1}m^{-1}]}$$

permeabilita vakua



Pozn. : můžeme také dosadit za jednotkový vektor $\vec{r}_o = \frac{\vec{r}}{r}$, potom bude :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} \cdot \frac{I}{r^3} \cdot d\vec{l} \times \vec{r}$$

Magnetickou indukci od celého vodiče dostaneme jako integrál těchto výrazů :

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B} = \frac{\mu_o \cdot I}{4\pi} \cdot \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}_o}{r^2} = \frac{\mu_o \cdot I}{4\pi} \cdot \int_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Tento vztah lze aplikovat na výpočet magnetického pole od libovolné proudové konfigurace – vodiče různého tvaru, závit, cívka (proveďte na cvičení).

Lorenzův vztah a Biottův – Savartův zákon kompletně popisují působení každého magnetického pole, jsou jeho základními experimentálními zákony (ekvivalentními Coulombova zákonu v elektrostatice).

Ze vztahu pro Lorenzovu sílu je na první pohled zřejmé, že magnetické pole **není konzervativní** , neboť vztah pro sílu obsahuje skrytý parametr dráhy – její tečnu (ve vektoru rychlosti) – zřejmě tedy není možné definovat skalární potenciál a vyjádřit s jeho pomocí veličiny pole.

Kdyby ovšem nastala „pouze" ta situace, že vykonaná práce mezi dvěma místy závisí na tvaru dráhy – jako je tomu v indukovaném elektrickém poli (viz další kapitoly) – ale magnetické pole nám přináší daleko horší „podraz" : při podrobnějším pohledu na Lorenzův vztah si uvědomíme, že působící síla je vždy kolmá k tečně dráhy (je to dostředivá síla, jak jsme již výše konstatovali) – tedy také k elementu dráhy $d\vec{r}$ - a proto je její elementární i celková práce vždy nulová – magnetické pole **nekoná práci** .

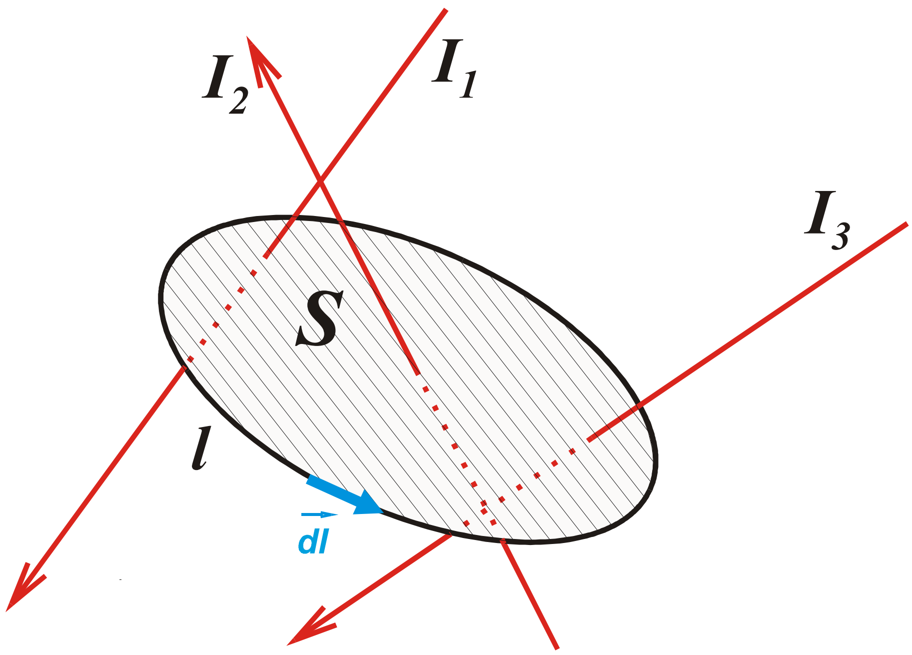
Identicky nulové vztahy jsou samozřejmě nepotřebné a tak se může zdát, že pro výstavbu obecné teorie magnetismu by proto mohly chybět některé důležité veličiny a vztahy (potenciál, vztah pro (ne)vírovost pole, rotace).

Skalární potenciál však bylo možno nahradit potenciálem vektorovým (viz další kapitola) a cirkulace vektoru v magnetickém poli byla „zachráněna" již roku 1822 , kdy André Maria Ampére zformuloval velmi důležitý „zákon celkového proudu" : Nechť l je spojitá uzavřená křivka ohraničující libovolnou spojitou plochu S , pak platí :

$$\boxed{\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_o \cdot I}$$

Ampérův zákon (integrální tvar)

kde I je celkový proud, protékající plochou S (v takovém smyslu, že ze strany plochy, do které proud vtéká, je vidět obíhání křivky l v kladném smyslu.



Je zřejmé, že celkový proud I mohou tvořit například jednotlivé elektrické proudy v různých vodičích, které protínají plochu S (viz obr.) :

$$I = I_1 + I_3 - I_2$$

A nebo může jít o pohyb nábojů spojitě rozložených v prostoru, pak můžeme výhodně použít vztah odvozený v kapitole „Elektrický proud“ :

$$I = \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

který dosadíme do Ampérová zákona :

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_o \cdot \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

Levou stranu upravíme pomocí Stokesovy věty matematiky :

$$\iint_S rot\ \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_o \cdot \iint_S \vec{i} \cdot d\vec{S}$$

A z rovnosti stejných integrálů plyne rovnost funkcí :

$$\boxed{rot\ \vec{B} = \mu_o \cdot \vec{i}}$$

Ampérův zákon (diferenciální tvar)

Další zásadní teoretický vztah byl nalezen, když, podobně jako v elektrostatickém poli, byl zkoumán tok vektoru magnetické indukce libovolnou spojitou plochou S tj. veličina :

$$\boxed{\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

magnetický indukční tok

Bylo zjištěno, že tento tok má pro libovolnou uzavřenou plochu významnou velikost, analogickou jako u Gaussova zákona - nezávislou na volbě této plochy :

$$\boxed{\oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$$

bezejmenný zákon (integrální tvar)

Upravme levou stranu pomocí Gaussovy věty :

$$\iiint_V div\ \vec{B} \cdot dV = 0$$

A dostaneme :

$$\boxed{div\ \vec{B} = 0}$$

bezejmenný zákon (diferenciální tvar)

Magnetické pole je tedy **nezřídlové** - tj. neexistují v něm místa, do kterých by vstupovaly magnetické indukční křivky, jako je tomu v elektrostatickém poli v místě elektrických nábojů – můžeme také tvrdit, že v magnetickém poli **neexistují „magnetické náboje“.**

Pro vznik obecné teorie elektromagnetického pole pak bylo velmi důležité, že tak jako v elektrostatickém poli, se i pro pole magnetické podařilo z původně experimentálních integrálních zákonů sestavit diferenciální rovnice platné v každém bodě zkoumaného prostoru.

(konec kapitoly) **(K.Rusňák, 01/06)**

02/06 – str.3 – oprava integrálu pro *I*

str.4 – permeabilita, ne permitivita