

Jev elektromagnetické indukce

V minulých kapitolách jsme si jistě uvědomili, že pojmy klid a pohyb, které byly velmi významné u mechanických dějů, při zkoumání elektrických a magnetických jevů nabyly přímo zásadní důležitosti.

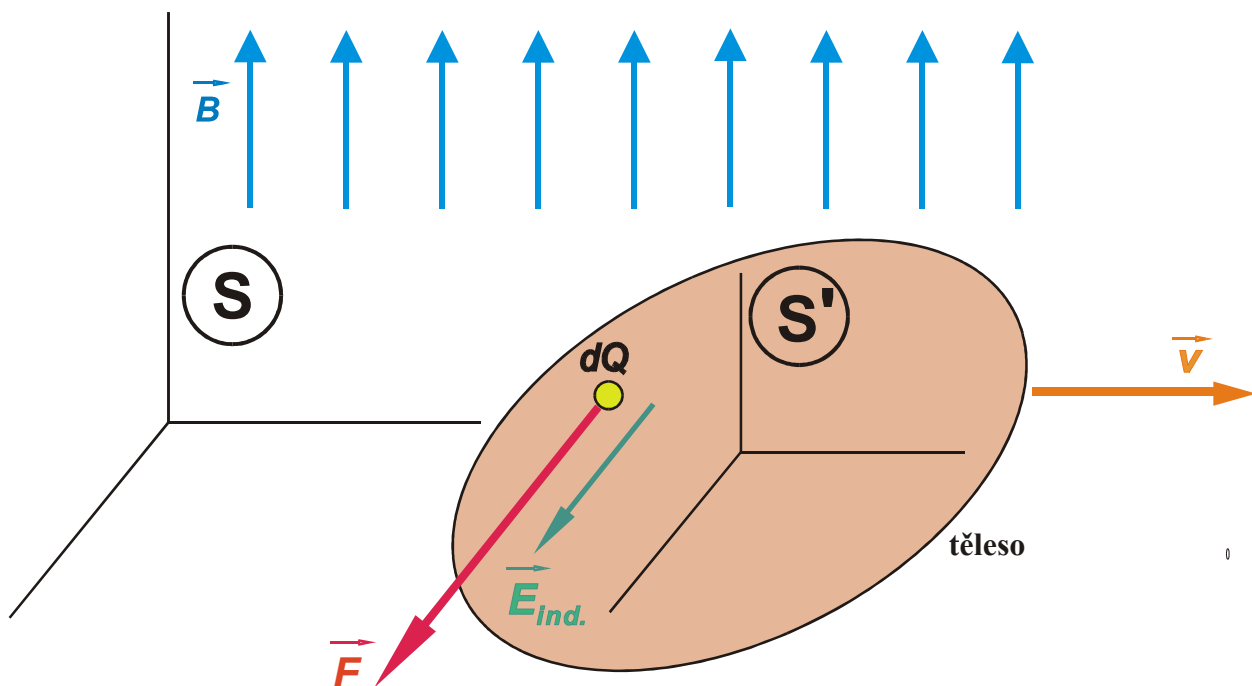
Na tom, zda jsou náboje v klidu, nebo se pohybují, přece závisí, zda „vznikne“ pole elektrostatické, nebo pole magnetické (magnetostatické) a zcela odlišné rovnice těchto polí nás pak přivádějí k domněnkám o jejich absolutní, samostatné a naprosto odlišné podstatě.

Na druhé straně už dávno víme, že klid a pohyb jsou pojmy relativní, závislé na naší individuální volbě souřadné soustavy, což ovšem velmi „relativizuje“ předpokládanou odlišnost a samostatnost obou polí a přináší tušení (jejich) souvislosti.

Jev elektromagnetické indukce je pak prvním fyzikálním jevem, založeným na relativnosti klidu a pohybu, který matematicky potvrdil tuto spojitost elektrického pole s polem magnetickým.

Pro popis tohoto jevu využijeme nyní terminologii teorie relativity (inerciální souřadná soustava, pozorovatel) :

Nechť v „klidové“ (inerciální) souřadné soustavě S existuje (stacionární) magnetické pole \vec{B} , druhá inerciální soustava S' je pak pevně spojena s nějakým tělesem a spolu s ním se pohybuje (začne se pohybovat) konstantní rychlostí \vec{v} vzhledem ke klidové soustavě S . Dále si představme elektrický náboj q pevně spojený s tělesem – je tedy v klidu vůči tomuto tělesu, i vůči soustavě S' - a spolu s ním se pohybuje rychlostí \vec{v} vzhledem k soustavě S (viz obr) :



Potom pozorovatel v soustavě S objektivně konstatuje, že na pohybující se náboj q (který je ekvivalentní elektrickému proudu) působí v magnetickém poli Lorentzova síla :

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

Ovšem pozorovatel v soustavě tělesa S' stejně objektivně vidí, že tato síla působí na klidový náboj q , a musí proto konstatovat, že existuje (vzniklo při pohybu tělesa) nějaké elektrostatické pole a pomocí velikosti náboje a síly může dokonce vypočítat jeho intenzitu (síla působící na náboj je stejná v S i S' , neboť v inerciálních soustavách nepůsobí žádné dodatečné - setrvačné - síly) :

$$\vec{E}_{ind.} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} \times \vec{B} \quad \textit{intenzita el. pole}$$

Toto pole je skutečně jednoznačným důsledkem pohybu tělesa (soustavy S'), neboť při nulové rychlosti neexistuje (síla je nulová) – proto bylo nazváno indukované elektrické pole.

Pomocí elektrické intenzity je pak možno definovat a měřit další veličiny (ale opatrně, pole není konzervativní – viz dále), například napětí – v učebnicích je popsáno mnoho experimentů s indukovaným napětím na vodičích různého tvaru a při různých pohybových stavech.

Všechny nalezené vlastnosti tohoto jevu pak nejobecněji popisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce (1831):

Nechť l je vodič, ve tvaru (skoro) uzavřené křivky (ohraničující spojitou plochu S) uložené v magnetickém poli. Pak indukované napětí „na celém“ vodiči l (mezi dvěma nekonečně blízkými body, viz obr.) lze vyjádřit jako :

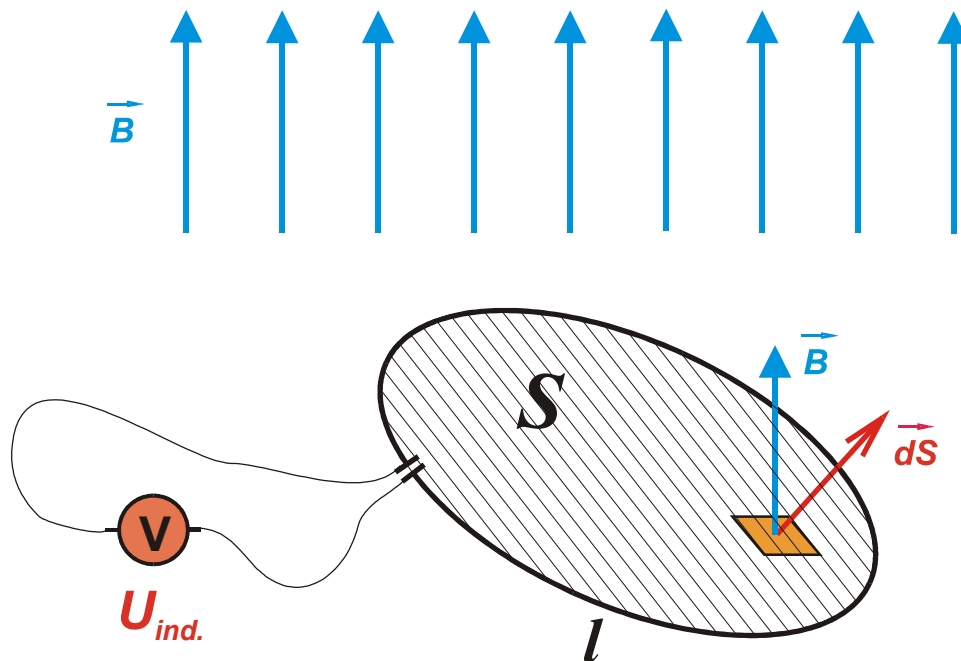
$$U_{ind.} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad \textit{Faradayův zákon elmg indukce (integrální tvar)}$$

kde Φ je tok vektoru magnetické indukce (libovolnou) plochou S ohraničenou křivkou vodiče l :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Pozn. : Vektory $d\vec{S}$ se orientují na tu stranu plochy, ze které se jeví obíhání vodiče (při stanovení napětí) v kladném smyslu

V důsledku indukovaného napětí může ve vodiči protékat elektrický proud (když zajistíme vodivou dráhu) – který má podle Lenzova pravidla takový směr, že působí proti změně, která ho vyvolala.



Na principu tohoto jevu je založena činnost mnoha elektrických strojů a přístrojů, bez nichž by nikdy neexistoval průmyslový rozvoj – elektrické motory, generátory, transformátory, ... Používá se v nich několik způsobů realizace veličiny $d\Phi / dt$ - tj. časové změny magnetického indukčního toku :

- 1) Pohyb vodiče v magnetickém poli
- 2) Pohyb zdrojů pole (magnetů, cívek)

Ostatně, oba tyto pohyby jsou relativní a bylo by je možno nahradit formulací o „vzájemném pohybu“ vodiče a zdrojů pole – a pohyb je zde hlavním „tvůrcem“ časové změny indukčního toku, zatímco samo magnetické pole je neměnné, statické - přesněji řečeno je vyvolané magnety, nebo stacionárními proudy. Ovšem stacionární pole neznamená pole homogenní, tj. konstantní (u svého zdroje je pole jisté nejsilnější a směrem od něj slabne) a proto důsledkem vzájemného pohybu (mimo specifickou možnost pouhé deformace vodiče, která také vede k časové změně indukčního toku) je časová změna vektoru magnetické indukce v místě zkoumaného vodiče tj. $\partial \vec{B} / \partial t$.

Proto nás nemůže překvapit, že existuje ještě další možnost vzniku indukovaného napětí – a časové změny magnetického pole - kdy zdroje pole i vodič budou v klidu – a měníme pouze proudy zdrojů :

- 3) Časově proměnné magnetické pole, vyvolané časově proměnnými (nestacionárními) proudy

Faradayův zákon elektromagnetické indukce byl sice původně nalezen experimentálně pro skutečný vodič v magnetickém poli, ukázalo se ale brzy, že platí i teoreticky, pro libovolnou myšlenou uzavřenou křivku (a ohraničenou plochu) v prostoru magnetického pole.

Protože jsme již výše promysleli možné způsoby realizace jevu elektromagnetické indukce a viděli jsme, že, pro vznik indukovaného napětí není pohyb nezbytně nutný, napíšme nyní Faradayův zákon pro v prostoru nehybnou myšlenou uzavřenou křivku l , ohraničující nějakou plochu S :

$$U_{ind.} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Na pravé straně rovnice dosadíme definiční vztah magnetického indukčního toku a na levé straně rovnice vyjádříme indukované napětí na křivce l jako křivkový integrál (na této křivce) z intenzity indukovaného elektrického pole (vynecháme dolní index, který jsme použili u indukovaného napětí) :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad U_{ind.} = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

A dostaneme pak :

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = U_{ind.} = - \frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Derivace a integrace (na pravé straně rovnice) se týkají různých proměnných, proto můžeme zaměnit jejich pořadí – derivace magnetické indukce bude ovšem parciální, neboť je to funkce času (nestacionární pole) a jistě i souřadnic (neboť obecně to není homogenní, tj. konstantní pole) :

$$\vec{B} = \vec{B}(x, t)$$

Současně aplikujme na levou stranu matematickou Stokesovu větu, která převede křivkový integrál na plošný a celkem tedy dostaneme :

$$\iint_S \text{rot} \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Z rovnosti stejných integrálů plyne rovnost funkcí :

$$\boxed{\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} \quad \text{Faradayův zákon (dif. tvar)}$$

Dostáváme tak důležitou rovnici, která jednoznačně tvrdí, že při každé změně magnetického pole vzniká pole elektrické, jinak řečeno - že časově proměnné (nestacionární) magnetické pole je vždy doprovázeno polem elektrickým.

Byl to zásadní matematický důkaz spojitosti obou polí a když se později pomocí Maxvellova objevu posuvného proudu ukázalo, že analogicky také při každé změně elektrického pole vznikne pole

magnetické – tj., že tedy vztah obou polí je rovnocenný a žádné pole není důležitější než to druhé - pak bylo možno zavést pojem elektromagnetického pole (viz další kapitoly).

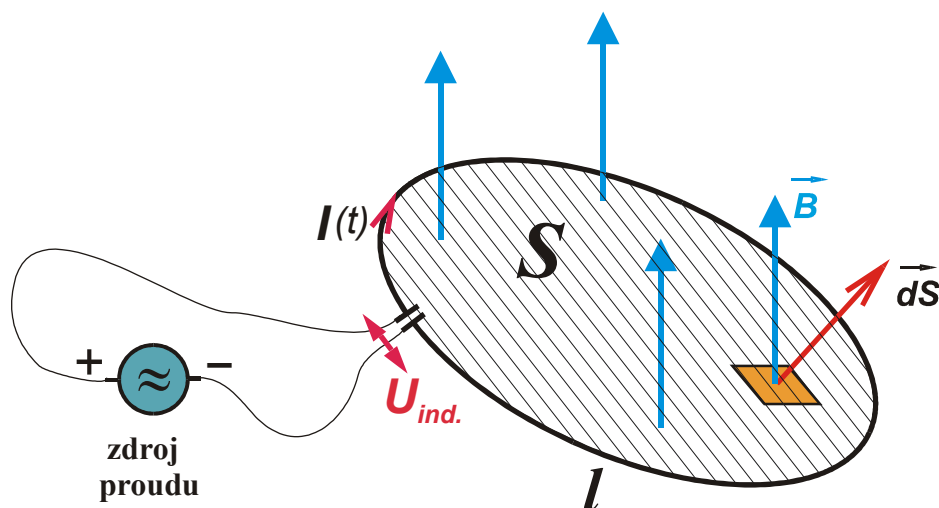
Pozn.: Z předchozí rovnice vyplývá, že indukované elektrické pole není konzervativní. Teoreticky tedy toto pole nemá potenciál a neměly by existovat ani další odvozené pojmy, jako napětí. Viděli jsme ale, že se ve Faradayově zákonu veličina napětí „nenučeně“ používá (a také se i měří) – je ovšem potřeba jasně definovat dráhu – křivku l - je to dráha pro výpočet práce tohoto pole - a na jiné dráze je i tato práce, tj. napětí – potom samozřejmě také jiné.

Na závěr si všimněme zajímavé a důležité varianty jevu elektromagnetické indukce :

Jev vlastní indukce (samoindukce)

Při aplikaci Faradayova zákon bylo podstatné, že v místě uzavřené (vodivé, nebo myšlené) smyčky (křivky) existuje nějaké časově proměnné magnetické pole a přitom nás vůbec nezajímaly jeho zdroje – víme samozřejmě, že to musí být nějaké vodiče s proudem, nebo zmagnetovaná tělesa (magnety).

Podívejme se proto nyní na situaci jednoho konkrétního zdroje magnetického pole – vodiče ve tvaru uzavřené křivky, tj. stejného tvaru jako u Faradayova zákona – ale protékaného nestacionárním elektrickým proudem.



Pak totiž nastává zajímavá situace : tento vodič podle Biottova-Savartova zákona vytváří všude kolem sebe (svoje vlastní) magnetické pole :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \oint_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Víme, že obecně (u nestacionárního pole) bude vektor magnetické indukce funkcí místa a času. U našeho vzorce je časová závislost vytvořena elektrickým proudem, který se může měnit s časem, křivkový integrál přes nehybnou křivku pak vytvoří veličinu (vektor), která je funkcí pouze místa - obě proměnné jsou tedy separovány ve tvaru součinu :

$$\vec{B}(t, x, y, z) = \vec{B}(t, \vec{r}) = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi} \cdot \oint_l \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = I(t) \cdot \vec{K}(\vec{r})$$

A dále - uzavřená křivka vodiče ovšem vždy ohraničuje nějakou plochu S a jestliže na každém místě této plochy existuje vlastní magnetické pole vodiče, existuje tedy také jeho vlastní magnetický indukční tok :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Dosaďme sem za magnetickou indukci :

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S I \cdot \vec{K} \cdot d\vec{S}$$

A uvažme opět funkční závislosti : proud je funkce pouze času a mohu ho proto vytknout z integrálu – tento integrál přes nehybnou plochu obsahuje skalární součin vektorů a vytvoří proto skalární veličinu, která bude záviset na geometrii (tvaru) vodiče – pro daný vodič (jeho tvar) to bude konstanta a magnetický indukční tok bude pouze funkcí času :

$$\Phi(t) = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S I \cdot \vec{K} \cdot d\vec{S} = I \cdot \iint_S \vec{K} \cdot d\vec{S} = L \cdot I(t)$$

Konstanta L se nazývá **indukčnost vodiče** (vlastní indukčnost, samoindukčnost) :

$$L = \iint_S \vec{K} \cdot d\vec{S}$$

Indukční tok vlastního magnetického pole uzavřeného vodiče je tak jednoduše přímo úměrný protékajícímu proudu :

$$\Phi = L \cdot I(t)$$

vlastní magnetický indukční tok (vodiče)

A při jeho časové změně pak podle Faradayova zákona musí na vodiči vznikat indukované napětí :

$$U_{ind} = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (L \cdot I)$$

Protože indukčnost konkrétního vodiče (neměnného tvaru) je konstantní, dostaneme pro napětí, které vodič vytvoří „sám na sobě“ jednoduchý tvar :

$$U_{ind.} = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

samoindukované napětí (na vodiči)

V elektrických obvodech s nestacionárními proudy proto na každé indukčnosti (cívce) vzniká tento zvláštní druh napětí, který vůbec nesouvisí s Ohmovým zákonem, nesouvisí ani s elektromotorickým napětím zdroje, ani s velikostí protékajícího proudu, je určen pouze jeho časovou změnou.

Proto například u pulzních zdrojů bude samoindukované napětí nabývat zvlášť vysokých hodnot (derivace proudu na začátku a na konci obdélníkového pulsu se blíží nekonečnu) a je potřeba s ním počítat při návrhu konstrukce, protože spolu s napětím zdroje zatěžuje polovodičový spínací prvek (viz obr).

