<u>Elektrické pole bodových nábojů ve vakuu</u>

- Elektrostatické pole je silové pole vyvolané existencí klidových nábojů.
- Elektrický náboj (=základní veličina) – jeho jednotka je Coulomb

Vlastnosti elektrického náboje

- Neexistuje sám sobě o sobě, ale je spojen s hmotným objektem (nejmenší takové objekty jsou <u>mikročástice</u> (el. náboj je jejich vlastností)
- Platí zákon zachování náboje >>náboj je nezničitelný
- Je násobkem elementárního náboje $e = 1.6 * 10^{-19} C$ (kvantování náboje)
- Nemění se při transformacích vztažné soustavy (invariantnost náboje)
- Účinky více nábojů se sčítají (princip superpozice)
- Silové účinky náboje popisuje Coulombův zákon

Coulombův zákon

- Bodový náboj **Q** umístěný v počátku soustavy souřadnic působí na druhý náboj q v místě $\vec{r}$ silou

  $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} * \frac{Qq}{r^2} * \vec{r_0}$$

  ε $\quad$ $Permeabilita\ vakua$

  $\vec{r_0}$ $\quad$ $jednotkový\ vektor\ průvodiče$
- Také **q** působí na náboj **Q** stejně velkou, ale opačně orientovanou silou $-\vec{F}$ (zákon akce a reakce)
- Pokud **Q** není v počátku soustavy souřadnic

  $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Qq}{|\vec{r} - \vec{r_1}|^3} * (\vec{r} - \vec{r_1})$$

Intenzita elektrického pole

- Náboj **Q** vytváří ve svém okolí <u>elektrostatické pole</u> (=centrální silové pole)
- Intenzita elektrického pole udává sílu působící v tomto poli na jednotkový zkušební náboj:

  $$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \qquad intenzita\ el.pole \quad [{}^{N}/_{C} = {}^{J}/_{m*C} = {}^{U}/_{m}]$$

  $$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q}{r^3} * \vec{r} \qquad intenzita\ el.pole\ bodového\ náboje\ \boldsymbol{Q}\ ležícího\ v\ počátku\ soustavy\ souřadnic$$
- Pro případ obecné polohy náboje **Q** v místě $\vec{r_1}$

  $$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q}{|\vec{r} - \vec{r_1}|^3} * (\vec{r} - \vec{r_1})$$

Práce v elektrickém poli

- Základní vztah pro práci vykonanou v silovém při pohybu náboje po dráze **S**

  $$\vec{A} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{F} * d\vec{r}$$
- Dosazená síla z Coulombova zákona $\vec{A} = \frac{Q*q}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{r_2} - \frac{Q*q}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{1}{r_1}$
- Vykonaná práce tedy nezávisí na tvaru dráhy, ale pouze na jejím počátku a koncovém bodě.

  $$\vec{A} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{F} * d\vec{r} = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} F * d\vec{r}$$

Při zpětném pohybu náboje **q** dostaneme vykonanou práci zpět >> původní práce je zachována v koncovém bodě $\vec{r_2}$ >> el. pole je <u>konzervativní</u>.

Potenciální energie

- Schopnost náboje vykonat práci, spojená s jeho polohou
- Její velikost se definuje jako velikost vykonané práce
- Je funkcí místa $\overrightarrow{r_2}$ (koncový bod) a $\overrightarrow{r_1}$ (koncový bod)

$$Wp(\vec{r}, \overrightarrow{r_1}) = A = \frac{Q * q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{Q * q}{4\pi\varepsilon_0 r_1} \qquad \textit{elektrostatická potenciální energie}$$

Je to práce, kterou vykoná elst.pole při pohybu náboje **q** z $\vec{r}$ do $\overrightarrow{r_1}$ a také práce, kterou vykonáme my při opačném pohybu

$$Wp(\vec{r}) = \frac{Q * q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad \textit{Práce, kterou vykoná elst. pole při pohybu náboje } \boldsymbol{q} \textit{ z místa } \vec{r} \textit{ do nekonečna}$$

$$A = Wp(\overrightarrow{r_2}) - Wp(\overrightarrow{r_1}) \qquad \textit{Práce je rovna rozdílu potenciálních energií}$$

Elektrostatický potenciální

- Potenciální energie jednotkového náboje

$$\varphi(\overrightarrow{r_1}) = \frac{Wp(\overrightarrow{r_1})}{q} \qquad \textit{elektrostatický potenciál } [J/e = V]$$

$$\varphi(\overrightarrow{r_1}) = \int_{\overrightarrow{r_1}} \vec{E} * d\vec{r} \qquad \textit{Vyjádření jako práce intenzity pole}$$

$$\varphi(\overrightarrow{r_1}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \textit{Potenciál bodového náboje v počáku soustavy souřadnic}$$

Elektrické napětí mezi dvěma místy pole

- Pro práci vykonanou při přemístění náboje z $\overrightarrow{r_1}$ do $\overrightarrow{r_2}$ platí.

$$\int_{\overrightarrow{r_1}}^{\overrightarrow{r_2}} -\frac{\vec{F}}{q} = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\overrightarrow{r_1}}^{\overrightarrow{r_2}} -\vec{E} * d\vec{r} \qquad \textit{Přirůstek potenciálu mezi místy } 1 \textit{ a } 2$$

$$U_{12} = \varphi_2 - \varphi_1 = \int_{\overrightarrow{r_1}}^{\overrightarrow{r_2}} \vec{E} * d\vec{r} \qquad \textit{Úbbytek potenciálu mezi těmito místy}$$

$$A = q * U_{12} \qquad \textit{Práce potřebná k přemístění náboje } \boldsymbol{q} \text{ z } \overrightarrow{r_1} \text{ do } \overrightarrow{r_2}$$

Další vlastnosti konzervativního pole

- Konzervativnost je základní vlastnost silového pole a umožňuje uchování vykonané práce ve formě potenciální energie hmotných objektů
- Existence potenciálu je ekvivalentní konzervativnosti el. pole

$d\varphi = \vec{E} * d\vec{r}$ $\quad$ *Diferenciální přírůstek potenciálu*

$\vec{E} = -grad\varphi$ $\quad$ *Vztah intenzity a potenciálu el. pole*

Elektrické pole můžeme popisovat pouze potenciálem a intenzitu kdykoliv dopočítat.

Operátor gradient

$grad\varphi = \left(\frac{\sigma\varphi}{\sigma x}, \frac{\sigma\varphi}{\sigma y}, \frac{\sigma\varphi}{\sigma z}\right)$ $\quad$ *Definice*

$grad\varphi = \nabla\varphi$ $\quad$ *Formálně zapsané*

Gradient **FÍ** určuje směr největšího růstu funkce **FÍ** (je tedy kolmice k jejím ekvipotenciálním plochám)

- Práce vnější síly mezi body $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$ <u>nezávisí na dráze</u>

$$A = \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{F} * d\vec{r} = konstanta \quad \rightarrow \quad \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} -\vec{E} * d\vec{r} = konstanta$$

Práce na uzavřené dráze

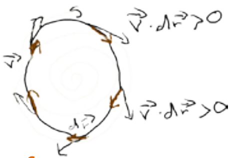
Mezi body $\vec{r_1}$ a $\vec{r_2}$ zvolíme dvě různé křivky **S1** a **S2**

$$\oint_{s=S_1+S_2} \vec{E} * d\vec{r} = 0 \qquad \textit{Práce po uzavřené křivce je nulová} \Rightarrow \textbf{\textit{nevírovost}} \textit{ elektrostatického pole}$$

Pojem nevírovost pochází z hydrodyn., kde se v poli rychlostí $\vec{v}$ zkoumá tzv. <u>cirkulace vektoru rychlosti</u> po uzavřené křivce **S**

Vírové pole

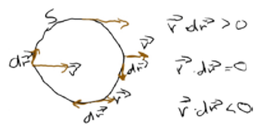
- existuje vír



$$\oint_s \vec{v} * d\vec{r} > 0 \quad \textit{vírové pole}$$

Nevírové pole

- neexistuje vír



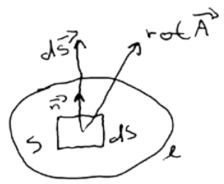
$$\oint_s \vec{v} * d\vec{r} = 0 \quad \textit{nevírové pole}$$

Stokesova věta matematiky

Nechť **S** je spojitá plocha ohraničená spojitou uzavřenou křivkou **el**

Pak pro libovolnou spojitou vektorovou funkci místa $\vec{A} = \vec{A}(\vec{r}) = \vec{A}(x, y, z)$

$$\oint_s \vec{A} * d\vec{r} = \iint_s rot\vec{A} * d\vec{s} \qquad \text{Kde dS je orientovaný vektor plochy}$$



Operátor rotace

$rot\vec{A} = \left(\frac{\sigma A_Z}{\sigma y} - \frac{\sigma A_Y}{\sigma z}, \frac{\sigma A_X}{\sigma z} - \frac{\sigma A_Z}{\sigma x}, \frac{\sigma A_Y}{\sigma x} - \frac{\sigma A_X}{\sigma y}\right)$ $\quad$ Definice

$rot\vec{A} = \nabla X \vec{A}$ $\quad$ Formálně zapsané

Vektor $rot\vec{A}$ má směr normály k ploše, kolem které je maximální cirkulace vektoru $\vec{A}$.

Diferenciální tvar nerovnosti el. pole

$rot\vec{E} = 0$ $\quad$ Nevírovost elst. pole – diferenciální tvar

Víme, že $\vec{E} = -grad\varphi$, potom tedy platí $rot\ grad\varphi = 0$

Gaussův zákon

Tok vektoru

$\oiint_S \vec{E} * d\vec{S}$ $\quad$ *Tok vektoru el. intenzity uzavřenou plochou S*

⇨ Pochází z hydrodynamiky kde se počítá $\oiint_S \vec{v} * d\vec{S}$

$\iint_S \vec{v} * d\vec{S}$ $\quad$ *Objemoví tok kapaliny plochou* ***S***

- Nechť **V** je objem uzavřený spojitou plochou **S** Pak pro libovolnou spojitou vektorovou funkci místa

$$\oiint_S \vec{A} * d\vec{S} = \iiint_V div\,\vec{A} * dV \qquad \textit{Gaussova věta matematiky}$$

Operátor divergence

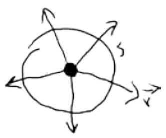
$$\mathrm{div}\vec{A} = \frac{\sigma A_x}{\sigma x} + \frac{\sigma A_y}{\sigma y} + \frac{\sigma A_z}{\sigma z} \qquad \textit{Definice}$$

$$\mathrm{div}\vec{A} = \nabla * \vec{A} \qquad \textit{Formálně zapsané}$$

$\mathrm{div}\vec{A}$ je rovna výtokem vektoru $\vec{A}$ z jednotkového objemu v daném místě.

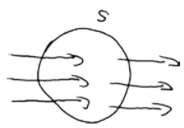
Zřídlové pole

$\mathrm{div}\vec{A} \neq 0$ $\quad$ *v daném místě je zdroj (zřídlo)*



Nezřídlové pole

$\mathrm{div}\vec{A} = 0$ $\quad$ *v dané látce nejsou zdroje*



Tok vektoru el. intenzity pro bodové náboje vně i uvnitř uzavřené plochy

- Náboj **Q** leží <u>uvnitř</u> plochy **S**
- Náboj umístíme do počátku soustavy rovnic

$$\oiint_S \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \textit{Velikost toku el. intenzity nezávisí na ploze náboje } \boldsymbol{Q}$$

- Náboj **Q** leží <u>vně</u> plochy **S**
- Dvě plošky na protilehlých částech S1 a S2

$$\oiint_S \vec{E} * d\vec{S} = 0 \qquad \textit{Velikost toku el. intenzity opět nezávisí na ploze náboje } \boldsymbol{Q} \textit{ a je nulová}$$

Zobecnění pro soustavu více nábojů (poslední 3 otázky dohromady)

$$\oint \vec{E} * d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \textit{Obecný tvar Gaussova zákona}$$

$$\rho = \frac{dQ}{dV} \qquad \textit{Objemová hustota náboje}$$

$$Q = \iiint_V \rho * dV \qquad \textit{Celkový náboj Q}$$

$$\mathrm{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \textit{Gaussův zákon – diferenciální tvar}$$

- Místo el. pole bez nábojů

$$\mathrm{div}\vec{E} = 0 \qquad \textit{pole je nezřídlové}$$

- Místo el. pole s náboji

$$\mathrm{div}\vec{E} \neq 0 \qquad \textit{pole je zřídlové}$$

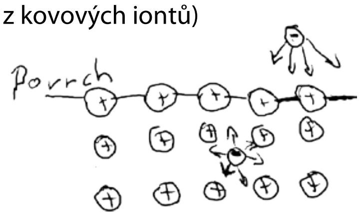
Elektrické náboje jsou zřídla el. pole.

Aplikace Gaussova zákona

- Základní rovnice elektrostatiky >> vyjdeme z konzervativnosti el.pole a Gaussova zákona
  Pomoci Laplaceova operátoru lze zapsat
  $\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$ *Poissonova rovnice = základní rovnice elektrostatiky*
  Jejím vyřešením získáme potenciál el. pole >> řešení již známe
  $$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \iiint \frac{\rho dV}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$$ *Řešení Poissonovy rovnice*
  Pro $\rho = 0$ dostaneme
  $\Delta\varphi = 0$ *Laplaceova rnovnice*
  Laplaceův operátor
  $$\Delta\varphi = \frac{\sigma^2\varphi}{\sigma x^2} + \frac{\sigma^2\varphi}{\sigma y^2} + \frac{\sigma^2\varphi}{\sigma z^2}$$ *Definice*
  $$\Delta\varphi = \nabla^2 * \varphi$$ *Formálně zapsaný*

Aplikace pro výpočet el. pole vodivého tělesa

- Vodivé těleso obsahuje volné náboje, které se mohou v objemu volně pohybovat >> tvoří elektrický proud
- U kovů jsou volné náboje tvořeny volnými elektrony – vznik odtržením z valenční vrstvy při a tuhnutí a krystalizaci tělesa z taveniny – zůstávají uvnitř tělesa (v pevné **krystalické mřížce** z kovových iontů)



- Na povrchu působí na elektrony výsledná síla mířící do vnitřku tělesa >> brání elektronům opustit vnitřek tělesa
- Uvnitř kovu je výslednice všech sil nulová
  Elektrony – existují v objemu kovu za stejných podmínek jako částice plynu >> označují se jako **elektronový plyn**
  Nejsou nikdy v klidu a neustále se pohybují všemi směry

- Není-li vodič v el. poli >> neteče v jeho objemu proud >> nezahřívá se >> uvnitř vodiče neexistuje elektrické pole >> >> všude v objemu vodiče platí $\vec{E} = 0$
- Na libovolné uzavřené ploše **S** uvnitř objemu **V** platí : $Q = 0$
- $\rho = 0$ *Celkový náboj Q v objemu V*

Jev elektrostatické indukce

- Jev elektrostatické indukce = elektrické pole vnějšího náboje působí na volné náboje uvnitř tělesa – ty se pohybují směrem k vnějšímu náboji – na povrchu se tak indukuje záporný náboj .
- Intenzita el. pole bude opět v rovnovážném stavu : $\vec{E} = 0$
- Opět platí také $Q = 0 \quad a \quad \rho = 0$
- Vnitřek vodivého tělesa je chráněn před účinky vnějších nábojů = **princip elektrostatického stínění**

Proces nabíjení vodiče a vzniklé el.pole

- = přesun skupiny nábojů do tělesa
- Náboje celkové velikosti **Q** přesuneme dovnitř tělesa (stejné znaménka) >> vlivem elst. Sil se odpuzují a uniknou tak až na povrch tělesa (opět nastává rovnovážný stav)
- Vnitřek nenabitého i nabitého tělesa je chráněn před účinky vnějších nábojů.
- Na povrchu tělesa jsou náboje a vytvářejí vně tělesa el.pole >> každé místo okolního prostoru má potenciál
  $\varphi = konstanta$ *všechna místa mají stejný potenciál*

Kapacita vodiče a kondenzátoru

- Protože uvnitř tělesa je $\rho = 0$ >> pro celkový náboj platí $Q = \oiint_S \sigma * dS$
- Každé přenesení náboje na těleso zvýší jeho potenciál $\varphi = Q$
- $C = \frac{Q}{\varphi}$ *Kapacita osamělého vodiče* $C = \frac{Q}{U}$ *Kapacita kondenzátoru*

Elektrické pole ve hmotném protředí

- Nevodivé prostředí = **DIELETRIKUM**
- Náboje jsou zde značnými silami vázané ke svým stabilním polohám
- Za působení vnějšího el. pole se tyto náboje nedají do pohybu, ale pouze se nepatrně posunou

Vznik elektrického dipólu v látce

- Pokud na atom nepůsobí žádné vnější pole >> leží celkový centrální záp. náboj na stejném místě jako jádro atomu
- Pokud na atom působí vnější el. pole >> kladné jádro se posouvá ve směru intenzity a celkový centrální záp. náboj ve směru opačném

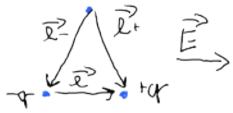
  $\vec{\mathrm{p}} = q * \vec{\mathrm{l}}$ *Dopólový moment*

  Vzniká el. dipól

  $\vec{\mathrm{p}} \uparrow\uparrow \vec{\mathrm{l}} \uparrow\uparrow \vec{\mathrm{E}}$ *Izotropní prostředí (stejné vlastnosti ve všech směrech)*

  Obecné prostředí

  $\vec{\mathrm{p}} = q * \vec{\mathrm{l}}$ *Opět platí*



Vektor polarizace dielektrika

$$\mathrm{d}\vec{\mathrm{p}} = \sum_i q_i * \vec{\mathrm{l}} \qquad \textit{Celkový elektrický dipólový moment v objemu dV}$$

$$\vec{\mathrm{p}} = \frac{d\vec{\mathrm{p}}}{dV} \qquad \textit{Vektor polarizace dielektrika}$$

Homogenní prostředí

$\vec{\mathrm{p}} = q * \vec{\mathrm{l}}$

Pro celkový dipólový moment platí.

$dQ^* = N * q$ *Celkový vázaný kladný náboj v objemu dV*

$\mathrm{d}\vec{\mathrm{p}} = dQ^* * \vec{\mathrm{l}}$

Pro polarizaci pak platí

$\rho^* = \frac{dQ^*}{dV}$ *Hustota kladného vázaného náboje*

$\vec{\mathrm{p}} = \rho^* * \vec{\mathrm{l}}$ *Polarizace homogenního dielektrika*

$\vec{\mathrm{p}} \uparrow\uparrow \vec{\mathrm{E}}$ *U homogenního a izotropního prostředí*

$\vec{\mathrm{p}} = H^{psací\ há} * E_0 * \vec{\mathrm{E}}$ *Lineární dielektrikum*

$H^{psací\ há}$ *el susceptibilita prostředí (závisí na vlastnostech dielektrika)*

Orientační polarizace

- V některé látce už dipóly existují
- Bez vnějšího pole je jejich celkový dipólový moment nulový
- Ve vnějším el. poli se pouze natáčejí do jeho směru
- Natočení do směru intenzity pole = **orientační polarizace**

Superpozice vnějšího a vnitřního pole

- Výsledné pole uvnitř látky se skládá z vnějšího el. pole a pole vzniklých el. dipólů

  $\vec{\mathrm{E}} = \vec{\mathrm{E}}_{vnější} + \vec{\mathrm{E}}_{vnitřní}$

  Pro kvantitativní popis působení dipólů se zavádí vektor elektrické indukce
- Natočení do směru intenzity pole = **orientační polarizace**

Polarizační náboj v uzavřené ploše

$\vec{P} * d\vec{S}$ $\quad Pro\ vázaný\ náboj\ prošlý\ ploškou\ dS$

$\oiint_S \vec{P} * d\vec{S}$ $\quad Pro\ vázaný\ náboj\ prošlý\ celou\ plochou\ S\ (náboje\ proujdou\ plochou\ S\ a\ opustí\ objem\ V)$

$Q_P = -\oiint_S \vec{P} * d\vec{S}$ $\quad Polarizační\ náboj\ (V\ objemu\ V\ pak\ vznikne\ nevykompenzovaný\ opačná\ náboj)$

Vektor elektrické indukce

- V objemu může být také i volný náboj **Q** >> celkový náboj : **Q + Qp**

$\vec{D} = \varepsilon_0 * \vec{E} + \vec{P}$ $\quad Vektor\ elektrické\ indukce$

$\oiint_S \vec{D} * d\vec{S} = Q$ $\quad Gaussův\ zákon\ v\ dielektriku$

$\mathrm{div}\vec{D} = \rho$ $\quad Gaussův\ zákon\ v\ dielektriku - diferenciální\ tvar$

$\vec{D} = \varepsilon * \vec{E}$ $\quad V\ mezi\ výpočtu$: $(1 + H^{psací\ há})$ $\rightarrow \varepsilon\ relativní\ permeabilita\ a$ $(\varepsilon_0 + \varepsilon_r)$ $\rightarrow \varepsilon\ permeabilita\ látky$

$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_r}\overrightarrow{E_0}$ $\quad V\ dielektriku\ je\ el.pole\ \varepsilon_r krát\ menší\ než\ ve\ vakuu$

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} * \frac{Qq}{r^2} * \overrightarrow{r_0}$ $\quad Coulombův\ zákon\ v\ dielektriku$

Energie elektrického pole

- Nehybný el. náboj vytváří v celém prostoru silové elektrické pole
- Toto pole je konzervativní >> každý náboj v tomto poli má potenciální energii

  $$\mathrm{W_P} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q * q}{r} \qquad \textit{energie je spojena s oběma náboji}$$
- S oběma náboji je také spojeno i vzniklé el. pole

  $$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q * q}{r^2} * \vec{r_0}$$

Potenciální energie dvou bodových nábojů

- Veličina pro přesný popis pohybu nábojů v daném místě
- Náboj **Q1** má v poli náboje **Q2** potenciální energii

  $\mathrm{W_P} = W_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q_1 * Q_2}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|}$ Práce potřebná pro přenesení **Q1** z ∞ do $\vec{r_1}$ v poli náboje **Q2**

Nejprve ale musel být přenesen **Q2** do $\vec{r_2}$ >> jenže to tu nebyl ještě **Q1** >> nebyly tu žádné síly >> potřebná práce =0 >> **WP** = **W12** = práce potřebná pro vytvoření této soustavy – **energie soustavy nábojů**

- Jestliže mezi náboji existují přitažlivé síly – vznikne vazba – **vazební energie**

$$\mathrm{W} = W_p = \frac{1}{2} * (W_{12} + W_{21}) \qquad \textit{energie soustavy dvou nábojů}$$

Energie soustavy bodových nábojů

$$\mathrm{W_{ij}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q_i * Q_j}{|\vec{r_i} - \vec{r_j}|} \qquad \textit{energie pro libovolné dvojice}$$

$$\varphi(\vec{r_i}) = \varphi_i = \sum_{\substack{j \\ (j \neq i)}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{Q_j}{|\vec{r_i} - \vec{r_j}|} \qquad \textit{Potenciál výsledného el. pole v místě } \vec{r_j}$$

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} = \sum_i Q_i * \varphi_i \qquad \textit{Energie soustavy bodových nábojů}$$

Energie spojitě rozložených nábojů v objemu i na ploše

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \iiint_V \rho * \varphi * dV \qquad \textit{energie nábojů v objemu}$$

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \iint_V \sigma * \varphi * dS \qquad \textit{energie nábojů na ploše}$$

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \iiint_V \rho * \varphi * dV + \frac{1}{2} \oiint_S \sigma * \varphi * dS \qquad \textit{energie nabitého tělesa}$$

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \varphi * Q = \frac{1}{2} C * \varphi^2 \qquad \textit{energie vodivého tělesa}$$

Energie spojitě rozložených nábojů v dielektriku

Protože je zde pouze ε_0 nahrazena permitivitou dielektrika ε platí zde také vztah

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \iiint_V \rho * \varphi * dV$$

Protože $\rho = 0$ mimo objem **V** , můžeme integrovat beze změny výsledku přes libovolný větší objem

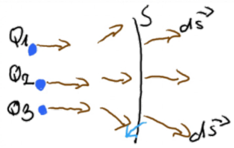
$$\mathrm{W} = \iiint_{V \to \infty} W * dV \qquad \textit{celková elektrostatická energie}$$

$$\mathrm{W} = \frac{\mathrm{dW}}{\mathrm{dV}} = \frac{1}{2} \vec{D} * \vec{E} = \frac{1}{2} \varepsilon * E^2 \qquad \textit{hustota energie elektrostatického pole}$$

Elektrické pole má energii v každém místě, kde je toto pole nenulové.

Elektrický proud

- Tuto veličinu zavádíme, když el. náboje nejsou v klidu ale v pohybu
- Víme, že pohyb nábojů je vlastně pohyb hmoty v prostoru.
  Tento pohyb lze popsat pomocí rychlosti nábojů v každém místě prostu



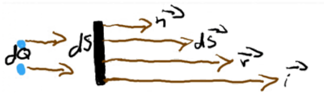
Náboje procházejí přes zvolenou spojitou plochu **S** buď ve směru opačném

dQ - Celkový náboj prošlý přes plochu **S** ve zvoleném směru za čas **dt**.
Jeho směr ale není určen jen jedinou orientovanou úsečkou.

$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dt}}$ *elektrický proud* $[{}^{C}/_{S} = A]$

Proudová hustota

- Veličina pro přesný popis pohybu nábojů v daném místě
- V daném místě zvolíme plošku **dS** <u>kolmou</u> na rychlost nábojů $\vec{v}$



dI je proud procházející ploškou **dS** ve směru $\vec{v}$

$\vec{\imath} = \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dt}} * \vec{n} = i * \vec{n}$ *proudová hustota* $[{}^{A}/_{m^2}]$ - Elektrický náboj prošlý za jednotku času kolmou jednotkovou plochou

$v * dS$ *objem hmoty proteklý ploškou* $\boldsymbol{dS}$ *za jednotku času*

$\rho * v * dS = dI$ *objem vynásobený hustotou*

$\vec{\imath} = \rho * \vec{v}$ *vztah proudové hustoty a rychlosti nábojů*

Můžeme tedy také určit el.proud procházející přes libovolně velkou plochu **S**

- Ploška **dS** má obecnou plochu >> nemusí být kolmá na $\vec{v}$ >> vyplní objem $\vec{v} * d\vec{S}$

$dI = \rho * \vec{v} * d\vec{S} = \vec{\imath} * d\vec{S}$ *objem vynásobený hustotou*

$\mathrm{I} = \iint_S \vec{\imath} * d\vec{S}$ *elektrický proud jako tok proudové hustoty*

Rovnice kontinuity el.proudu

$\oint\!\!\oint_S \vec{\imath} * d\vec{S} = \frac{dQ}{dt}$ *rovnice kontinuity*

Náboj se neztrácí, ale pouze odlétá do okolí = **zákon zachování elektrického náboje**

$-div\vec{\imath} = \frac{\sigma\rho}{\sigma t}$ *rovnice kontinuity – dif. tvar*

Výtok vektoru z jednotkového objemu je roven časové změně hustoty.

Vlastnosti stacionárního proudu

Může nastat časově ustálený stav

$\rho = \rho_{x,y,z}$ $\vec{\imath} = \vec{\imath}_{x,y,z}$ *stacionární stav*

⇨ Časové derivace jsou nulové

$\oint\!\!\oint_S \vec{\imath} * d\vec{S} = 0$ *srovnice kontinuity stacionárních proudů*

$div\vec{\imath} = 0$

<u>Aplikace na vodě</u>

- Mějme vodič protékaný el. stacionárním proudem a předpokládejme, že mimo něj se žádné náboje nepohybují.

⇨ Můžeme tedy integrovat přes dva průřezy S1 a S2

$\iint_{S1} \vec{\imath} * d\vec{S} + \iint_{S2} \vec{\imath} * d\vec{S} = 0$

$\rightarrow -I_1 + I_2 = 0$ *Ve stac. stavu protéká každým průřezem stejný proud.*

Zákon magnetického pole ve vakuu

Magnetické pole = stacionární magnetické pole způsobené stacionárními proudy nebo zmagnetovanými látkami

Na el. náboj působí v magnetickém poli síla, pouze pokud se tento náboj pohybuje nenulovou rychlstí

$\vec{F} = q * \vec{v} x \vec{B}$ $\quad$ *Lorentzova síla*

$\vec{B}$ $\quad$ *Magnetická indukce – vyjadřuje působení magnetického pole na el. náboj [jednotka = T tesla]*

Lorentzova síla je vždy kolmá k vektoru rychlosti náboje.

$dv = S * dl$ $\quad$ *Objem části vodiče*

Podle Lorentzova vztahu pak na celkový náboj **dq** části vodiče působí síla

$$\vec{F} = I * \int_e d\vec{l}\, x\, \vec{B} \qquad \textit{Síla na vodič s proudem}$$

V homogenním poli je pak $\vec{B}$ konstanta.

$$\vec{F} = I * \vec{l}\, x\, \vec{B} \qquad \textit{Síla na přímí vodič v homogenním magnetickém poli}$$

Vektor magnetické indukce

- Veličina úměrná el. proudu a závislá na tvaru vodiče, kterým proud protéká a na vzdálenosti od něj

Pro vodič **L** protékaný stacionárním proudem **I** platí:

$$d\vec{B} = \frac{w_0}{4\pi} * \frac{I}{r^2} * d\vec{l}\, x \vec{r_0} \qquad \textit{Biottův – Savartův zákon}$$

w_0 $\quad$ *Permeabilita vakua*

$$\vec{B} = \frac{w_0 * I}{4\pi} * \int_e \frac{d\vec{l}\, x \vec{r}}{r^3} \qquad \textit{Magnetické pole vodiče libovolného tvaru}$$

Magnetické pole není konzervativní a nekoná práci

Ampérův zákon

$$\oint_e \vec{B} * d\vec{l} = w_0 * I \qquad \textit{ampérův zákon}$$

Kde **I** je celkový proud protékaný plochou **S**

$$I = I_1 + I_2 - I_3$$

$$rot\vec{B} = w_0 * \vec{i} \qquad \textit{Ampérův zákon – diferenciální tvar}$$

Tok vektoru magnetické indukce libovolně spojitou plochou **S**

$$\Phi = \iint_S \vec{B} * d\vec{S} \qquad \textit{Magnetický indukční tok}$$

Magnetický indukční tok libovolně uzavřenou plochou

$$\oiint \vec{B} * d\vec{S} = 0 \qquad \textit{Bezejmený zákon}$$

$$div\vec{B} = 0 \qquad \textit{Jeho diferenciální tvar}$$

Magnetické pole je tedy nezřídlové.

Neexistují magnetické náboje

Základní rovnice magnetického pole

Dvě hlavní rovnice magnetického pole

$div\vec{B} = 0 \qquad Bezejmený\ zákon$

$rot\vec{B} = w_0 * \vec{i} \qquad Ampérův\ zákon$

Elektrostatické pole – stačí jedna rovnice – Poissonova

- ⇨ Zredukujeme tedy počet základních vztahů mag. pole

Zavedení vektorového potenciálu

- Nemá žádný fyzikální význam
- Je pouze pomocnou matematickou veličinou

Chceme, aby byla první rovnice vždy splněna >> zavedeme tedy libovolnou vektorovou spojitou funkci $\vec{A}$, pro kterou vždy platí: $div\vec{B} = div\ rot\vec{A} \qquad rovnice\ 1\ je\ vždy\ splněna$

$\vec{B} = rot\ \vec{A} \qquad Definice\ vektorového\ potenciálu \rightarrow řešení\ je\ nejednoznačné$

- Pro jediné magnetické pole existuje nekonečně mnoho vektorových potenciálů >> můžeme si vybrat

Vybíráme takový vektorový potenciál pro nějž platí:

$div\vec{A} = 0 \qquad Dodatečná\ podmínka$

Vznik základní rovnice magnetického pole

Upravíme druhou základní rovnici

$\Delta\vec{A} = -w_0 * \vec{i} \qquad základní\ rovnice\ magnetického\ pole$

Tato rovnice je vektorová

$\Delta A_x = -w_0 * i_x$

$\Delta A_y = -w_0 * i_y \qquad Základní\ rovnice\ magnetického\ pole$

$\Delta A_z = -w_0 * i_z$

Analogie s Poissonovou rovnicí

Každá ze tří základních rovnic má formálně matematicky shodný tvar se základní rovnicí elektrostatiky

$\Delta\varphi = - -\frac{1}{\varepsilon_0} * \rho \qquad Poissonova\ rovnice$

$\Delta A_x = -w_0 * i_x$

Laplaceův konst. funkce
Operátor

Matematicky stejné rovnice musí mít také matematicky stejné řešení

$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \iiint_v \frac{\rho dv}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \qquad řešení\ Poissonovy\ rovnice$

- ⇨ $A_x(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} * \iiint_v \frac{i_x dv}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$
- ⇨ $A_y(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} * \iiint_v \frac{i_y dv}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \qquad řešení\ zkladních\ rovnic\ magnetického\ pole$
- ⇨ $A_z(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} * \iiint_v \frac{i_z dv}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$

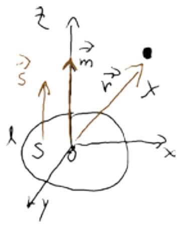
Vektorově potom můžeme zapsat

$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} * \iiint_v \frac{\vec{i}_z dv}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \qquad vektorový\ tvar\ řešení\ základní\ rovnice\ magnetického\ pole$

Magnetický dipól

Vektorový potenciál malé proudové smyčky

- Mějme proudovou smyčku poloměru **R** tvořenou uzavřenou křivkou **el** ohraničující plochu **S** a protékanou stacionárním proudem **I**
- Když $R \rightarrow 0$ a $r \gg R$ nazýváme proudovou smyčku jako <u>magnetický dipól</u>



Magnetický dipólový moment

Magnetické pole v místě **X** (v místě $\vec{r}$ od dipólu) lze popsat vektorovým potenciálem :

$\vec{A} = \vec{A}\,(\vec{r}) = \frac{w_0}{4\pi} * \frac{\vec{m}\,x\vec{r}}{r^3}$ *Potenciál magnetického dipólu*

Kde $\vec{m}$ je definován jako: $\vec{m} = I * \vec{S}$ *Magnetický dipólový moment*

Potenciál magnetického dipólu je podobný vztahu pro potenciál el.dipólu:

$$\varphi = \varphi\,(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi t_0} * \frac{\vec{P}\,x\vec{r}}{r^3}$$

Působení vnějšího pole na dipól

$\vec{F} = \vec{m} * grad\,\vec{B}$ *Síla působící na magnetický dipól*

Tento vztah je dokonce formálně matematicky shodný se vztahem pro sílu působící na el. dipól

$\vec{F} = \vec{p} * grad\,\vec{E}$

$\vec{M} = \vec{m}\,x\,\vec{B}$ *Silový moment působící na magnetický dipól*

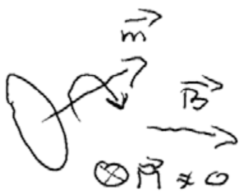
$\vec{M} = \vec{p}\,x\,\vec{E}$ *Analogie s el. dipólem*

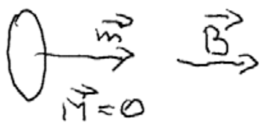
$W_{mg} = -\vec{m} * \vec{B}$ *Energie ve vnějším poli*

$W_{el} = -\vec{p} * \vec{E}$ *Analogie s el. dipólem*

Jev magnetizace látky

- Stejně jako u el. dipólu je silový moment působící na mag. Dipól vždy nenulový kromě případu $\vec{m}\,|\,|\vec{B}$
- Tento silový moment se pak snaží uvést dipól do rotačního pohybu.





⇨ Ve vnějším poli se dipól pootočí do směru $\vec{B}$ = orientační magnetizace látky

Magnetické pole ve hmotném prostředí

- V látkách existují volné náboje, které svým pohybem vytvářejí proudy
- Existují zde i vázané náboje, které nemohou opustit své místo, ale malým posunem vytvářejí el. dipóly

Vázané náboje, ale také vytvářejí proudy

- Např. elektron obíhající jádro atomu vytváří el.proud **Ie**, který obtéká malou plošku **Se** > vzniká magnetický dipól

  $\vec{m} = I_e * \vec{S}_e$ $\quad$ *Dipólový moment atomu*

Vektor magnetizace

- Nechť v malém objemu **dV** existuje **N** mag. Dipólů se svými momenty

  $\vec{m}_1 = I_1 * \vec{S}_1$

  $\vec{m}_2 = I_2 * \vec{S}_2$

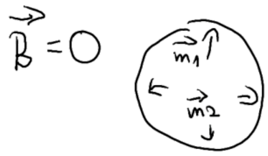
  $\vec{m}_n = I_n * \vec{S}_n$
- Potom definujeme jejich součet

  $d\vec{m} = \sum_i I_i * \vec{S}_i$ $\quad$ *celkový mag. dipólový moment v objemu dV*

  $\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV}$ $\quad$ *Vektor magnetizace dielektrika = celkový mag. dipólový moment v jednotce objemu*

Magnetický měkké a tvrdé látky

- Magnetické dipóly jsou ve hmotném prostředí orientovány náhodně >> celkový dipólový oment je nulový
- Ve vnějším magnetickém poli se pouze natáčejí do jeho směru



$d\vec{m} = \sum_i \vec{m}_i = 0$

$\rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = 0$

Magneticky měkké látky

$d\vec{m} = \sum_i \vec{m}_i \neq 0$

$\rightarrow \vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \neq 0$

Netočení dp směru pole = Jev magnetizace látky

Některé látky mají i v nulovém vnějším poli všechny dipóly maximálně zorientovány a platí pro ně:

$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} = konstanta$ $\quad$ *Magneticky tvrdé látky*

Vlastnosti homogenního a izotropního prostředí

Homogenní prostředí = stejné vlastnosti ve všech místech

$\vec{m}_1 = \vec{m}_2 = \cdots = \vec{m}_n = \vec{m} = I_e * \vec{S}_e$

$d\vec{m} = \sum_i \vec{m}_i = N * \vec{m}$ $\quad$ *celkový dipólový moment*

$n = \frac{N}{dV}$ $\quad$ *Koncentrace mag. dipólů*

$\vec{M} = n * \vec{m} = n * I_e * \vec{S}_e$ $\quad$ *Magnetizace v homogenní látce*

U homogenních a izotropních látek je magnetizace přímo úměrná magnetickému poli

$\vec{M} = konstanta * \vec{B}$ $\quad$ *Lineární magnetikum*

$\vec{M} = H_m^{\text{psací há}} * \vec{H}$ $\quad$ *Magnetická susceptibilita (závisí na vlastnostech zkoumané látky)*

Superpozice vnějšího a vnitřního pole

Výsledné pole uvnitř látky se skládá z vnějšího magnetického pole a pole vzniklých mag. Dipólů

$\vec{B} = \vec{B}_{vnější} + \vec{B}_{vnitřní}$

Mikroskopický proud ohraničenou plochou

Nechť **S** je spojitá plocha ohraničená uzavřenou křivkou **l**

- Uprostřed plochy **S** je výsledný přenesený náboj přes tuto plochu nulový
- Ne okraji plochy **S** elektron při zpětném pohybu tuto plochu míjí >> přenesený náboj je různý od nuly

Předpokládejme homogenní a izotropní látku. Pak situace kolem elementu je $d\vec{l}$

- K přenosu náboje tedy přispívají všechny náboje v objemu : $dl * S_e * cos\alpha = d\vec{l} * \vec{S}_e$
- Při koncentraci dipólů n je jejich počet : $dN = n * d\vec{l} * \vec{S}_e$
- Všechny dipóly v tomto objemu vytvářejí proud : $dI = n * d\vec{l} * \vec{S}_e * I_e = \vec{M} * d\vec{l}$

⇨ *Celkový mikroskopický proud plochou* ***S*** : $I_{mikro} = \oint_e dI = \vec{M} * d\vec{l}$

Vektor magnetické intenzity

Plochou **S** může téct také proud volných nábojů **I** >> celkový proud plochou **S** pak bude $I + I_{mikro}$

Z Ampérova zákona:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \qquad \textit{Vektor magnetické intenzity}$$

$$\oint_e \vec{H} * d\vec{r} = I \qquad \textit{Ampérův zákon ve hmotném prostředí}$$

$$rot\vec{H} = \vec{\imath} \qquad \textit{Ampérův zákon ve hmotném prostředí} - \textit{diferenciální tvar}$$

$$\mathbf{\vec{B}} = \mu_0 * \left(1 + H_m^{\text{psací há}}\right) * \vec{H} = \mu_0 * \mu_r * \vec{H} = \mu * \mathbf{\vec{H}}$$

$$1 + H_m^{\text{psací há}} \qquad \mu_0 - \textit{relativní permeabilita}$$

$$\mu_0 * \mu_r \qquad \mu - \textit{Permeabilita prostředí}$$

$$\oint_e \vec{B} * d\vec{r} = \mu I = \mu_0 * \mu_r * I \quad \rightarrow \quad \vec{B} = \mu_r\ \vec{B}_0 \quad \textit{Ve hmotném prostředí je mag. pole } \mu_r \textit{ krát větší než ve vakuu}$$

Rozlišujeme tři skupiny látek:

1) Diamagnetické (zeslabují pole) $H_m^{\text{psací há}} < 0 \quad \mu_r < 1 \quad \mu_r \approx 1$
2) Paramagnetické (zesilují pole) $H_m^{\text{psací há}} > 0 \quad \mu_r > 1 \quad \mu_r \approx 1$
3) Feromagnetické (výrazně zesilují pole) $H_m^{\text{psací há}} < 0 \quad \mu_r \gg 1$
    - Jejich permeabilita není konstantní
    - Po vypnutí pole zůstanou dipóly částečně orientované

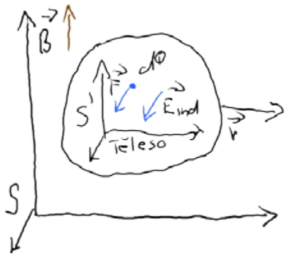
Jev elektromagnetické indukce

Relativnost klidu a pohybu

- Na tom, jestli jsou náboje v klidu nebo v pohybu závisí, zda vznikne elektrostatické nebo magnetické pole
- Pojmy pohyb a klid jsou relativní, závisí na volbě souřadné soustavy
- Jev elektrom. indukce je fyzikální jevem založený na relativnosti klidu a pohybu a potvrzuje spojitost el. a mag. pole

Magnetické pole a indukované el.pole ve dvou inerciálních soustavách

- Nechť v lidové inerciální soustavě **S** existuje magnetické pole $\vec{B}$, druhá inerciální soustava **S'** je pak pevně spojena s pevným tělesem a pohybuje se s ním konstantní rychlostí $\vec{v}$ vzhledem k soustavě **S**
- Elektrický náboj **q** pevně spojený s tělesem je tedy vůči soustavě **S'** v klidu a vůči soustavě S v pohybu
- Pohybující se náboj **q** je pro pozorovatele v soustavě **S** ekvivalentní el. proudu a v magnetickém poli na něj působí síla $\vec{F} = q * \vec{v} * \vec{B}$ *Lorentzova síla*
- Síla působí na náboj je stejná v **S** i **S'** >> pro pozorovatele působí síla na klidový náboj **q** >> musí tedy existovat nějaké elektrostatické pole - <u>indukované elektrické pole</u>



$\vec{E}_{ind} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{v} * \vec{B}$ *intenzita el. pole*

Faradajyův zákon elektromagnetické indukce

$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt}$ *Faradayův zákon magnetické indukce*

$\Phi = \iint_S \vec{B} * d\vec{S}$ *Tok vektoru magnetické indukce plochou S*

- V důsledku indukovaného napětí může ve vodiči protékat el. proud, který má podle Lorentzova pravidla směr proti změně, která ho vyvolala.

Realizace časové změny magnetického indukčního toku

1) Pohyb vodiče v magnetickém poli
2) Pohyb zdrojů v poli
   - Jelikož jsou oba pohyby relativní, jedná se o <u>vzájemný pohyb</u> vodiče a zdrojů pole
   - Důsledkem vzájemného pohybu je časová změna vektoru magnetické indukce $\frac{\sigma\vec{B}}{\sigma t}$
3) Časově proměnné magnetické pole vyvolané časově proměnnými proudy

Diferenciální tvar Faradayova zákona

$rot\vec{E} = -\frac{\sigma\vec{B}}{\sigma t}$ *faradayův zákon – diferenciální tvar*

⇨ Při každé změně mag. Pole vzniká pole elektrické
⇨ Indukované el. pole není konzervativní.

Specifický jev vlastní indukce

- Mějme vodič tvaru uzavřené křivky protékaný nestacionárním el. proudem
- Tento vodič všude kolem sebe vytváří magnetické pole $\vec{B} = I(t) * \vec{K}(\vec{r})$

$L = \iint_S \vec{K} * d\vec{S}$ *indukčnost vodiče*

$\Phi = L * I(t)$ *vlastní magnetický indukční tok vodiče*

Podle Faradayova zákona na vodiči vzniká indukované napětí

$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(L * I) = -L * \frac{dI}{dt}$ *Samoindukované napětí na vodiči*

- V elektrických obvodech vzniká toto napětí na cívkách

Elektromagnetické pole

Realizace a vzájemná souvislost el. a mag. pole

- Z Faradayova zákona $rot\overrightarrow{E} = -\frac{\sigma \overrightarrow{B}}{\sigma t}$, plyne, že při každé změně mag. Pole vzniká pole elektrické

  Elektrické pole = silové působení klidových nábojů

  Magnetické pole = silové působení pohybujících se nábojů
- Klid a pohyb = relativní pojmy >> el a mag. Pole = relativní pojmy
- El a mag.pole jsou projevy obecnější reality – <u>elektromagnetické pole</u>
- Základní rovnice elektromagnetického pole mohou být nalezeny zobecněním známých vztahů:
  1) $rot\overrightarrow{E} = 0$ $\quad$ *konzervativní el. pole*
  2) $div\overrightarrow{D} = \rho$ $\quad$ *Gaussův zákon*
  3) $div\overrightarrow{B} = 0$ $\quad$ *Bezejmený zákon*
  4) $rot\overrightarrow{H} = \vec{\imath}$ $\quad$ *Amperův zákon*
  5) $rot\overrightarrow{E} = -\frac{\sigma \overrightarrow{B}}{\sigma t}$ $\quad$ *Faradayův zákon*
- Rovnice 1 je zřejmě speciálním tvarem rovnice 5 při neexistenci mag.pole
- Maxwell dospěl k závěru, že pouze rovnice 4 vyžaduje zobecnění, protože obsahuje relativní veličinu el. proud

Zobecnění Ampérova zákona

$div\vec{\imath} = 0$ $\quad$ *Rovnice kontinuitypro stacionární proudy*

$\overrightarrow{\imath p} = \frac{\sigma \overrightarrow{D}}{\sigma t}$ $\quad$ *Maxwellův posuvný proud*

$rot\overrightarrow{H} = \vec{\imath} + \overrightarrow{\imath p} = \vec{\imath} + \frac{\sigma \overrightarrow{D}}{\sigma t}$ $\quad$ *Obecný Ampérův zákon*

Maxwellovy rovnice – základní rovnice elektromagnetického pole

1) $div\overrightarrow{D} = \rho$
2) $div\overrightarrow{B} = 0$
3) $rot\overrightarrow{E} = -\frac{\sigma \overrightarrow{B}}{\sigma t}$
4) $rot\overrightarrow{H} = \vec{\imath} + \frac{\sigma \overrightarrow{D}}{\sigma t}$

<u>Jejich význam</u>

- Velké množství vztahů z elektřiny a magnetismu je zobecněno do čtyř formálně jednoduchých rovnic
- Jejich nejdůležitější vlastností je jejich symetrie
- Tato symetrie dokazuje rovnocennost el. a mag.pole
- Maxvellovy rovnice umožňují odvození dalších vztahů (zákon zachování energie apod.)
- Připravili pole pro Einsteinovu teorii relativity