

Reálný (tlumený) harmonický oscilátor

Viskozní tření

$$\vec{F}_t = -B \vec{v} = -B \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \text{brzdící síla. Velikost třecí síly úměrná rychlosti.}$$

Pohybová rovnice

$$\ddot{y} + 2b\dot{y} + \omega^2 y = 0 \quad \text{tlum. kmitů}$$

charakteristická rce

$$\alpha^2 + 2b\alpha + \omega^2 = 0$$

Konstanta útlumu

$$\frac{B}{m} = 2b \quad \text{vyjadřuje intenzitu účinku brzdících sil}$$

Vlastní úhlová frekvence

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

Tvar řešení pro malé tlumení ($b < \omega$)

$$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - b^2} \quad \text{úhlová frekvence tlumených kmitů}$$

$$y = A e^{-bt} \sin(\omega_1 t + \varphi_0) \quad \text{tlumené kmity}$$

Amplituda a perioda tlumených kmitů

$$A_1 = A e^{-bt}$$

$$T_1 = \frac{(2\pi)}{\omega_1} = \frac{(2\pi)}{\sqrt{\omega^2 - b^2}} \geq \frac{(2\pi)}{\omega} = T \quad T_1 \text{ není úplně perioda, protože amplituda klesá} \rightarrow \text{průběh fce se neopakuje}$$

Útlum a logaritmický dekrement

$$\lambda = \frac{(y(t))}{y}(t + T_1) = e^{+bT_1} \quad \text{útlum}$$

$$\delta = \ln \lambda = b T_1 = 2\pi \frac{b}{\omega_1} \quad \text{logaritmický dekrement}$$

$$b = \frac{\delta}{T_1} = \ln \frac{\lambda}{T_1} \quad \text{konstanta útlumu}$$

Celková energie kmitů a ztráta energie

$$W = \frac{1}{2} m \omega_1^2 A^2 e^{-2bt} \quad \text{energie tlumeného oscilátoru}$$

$$W_1 = \left| \frac{dW}{dt} \right|_{T_1} = 2bW T_1 = \frac{(2bW 2\pi)}{\omega_1} = \frac{(4\pi bW)}{\omega_1} \quad \text{ztráta energie za jednu periodu}$$

Kvalita oscilátoru

$$Q = 2\pi \frac{W_{stř}}{W_1}$$

Velmi malé tlumení ($b \ll \omega$)

$$Q = \frac{\omega}{2b} \quad \text{kvalita oscilátoru} \gg 1 - \text{kmity se tlumí velmi pomalu}$$

Velké tlumení ($b > \omega$)

$y = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t}$ vrací se zvolna zpět do rovnovážné polohy, aniž by překmitnul do opačné výchylky. Takový pohyb se nazývá aperiodický.

Kritické mezní tlumení ($b = \omega$)

$y = C_1 e^{-bt} + C_2 t e^{-bt} = (C_1 + C_2 t) e^{-bt}$ pohyb je opět aperiodický, funkce však klesá k nule nejrychlejším možným způsobem