Dynamika soustavy hmotných bodů

Tento velmi důležitý fyzikální pojem slouží ke studiu a modelování pohybu reálných objektů složených z nepatrných hmotných částic (tělesa pevná, kapalná i plynná), nebo soustav těles, jejichž velikosti lze pro přibližné řešení zanedbat (sluneční soustava).

Definujme základní parametry ***soustavy hmotných bodů*** :

1. hmotný bod …. hmotnosti m_1 …. má polohu $\vec{r}_1$ …. rychlost $\vec{v}_1$ …. a hybnost $\vec{p}_1 = m_1\,\vec{v}_1$

2. hmotný bod …. hmotnosti m_2 …. má polohu $\vec{r}_2$ …. rychlost $\vec{v}_2$ …. a hybnost $\vec{p}_2 = m_2\,\vec{v}_2$

3. hmotný bod …. hmotnosti m_3 …. má polohu $\vec{r}_3$ …. rychlost $\vec{v}_3$ …. a hybnost $\vec{p}_3 = m_3\,\vec{v}_3$

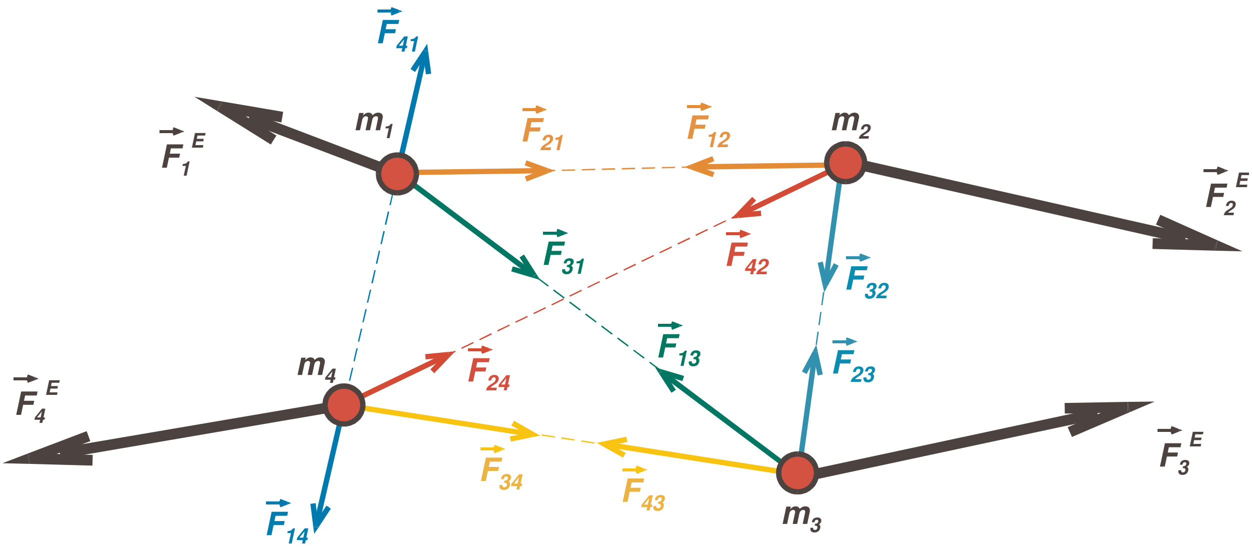
4. hmotný bod …. hmotnosti m_4 …. má polohu $\vec{r}_4$ …. rychlost $\vec{v}_4$ …. a hybnost $\vec{p}_4 = m_4\,\vec{v}_4$

……..

k-tý hmot.bod …. hmotnosti m_k …. má polohu $\vec{r}_k$ …. rychlost $\vec{v}_k$ …. a hybnost $\vec{p}_k = m_k\,\vec{v}_k$

……..

N-tý hmot.bod …. hmotnosti m_N …. má polohu $\vec{r}_N$ …. rychlost $\vec{v}_N$ …. a hybnost $\vec{p}_N = m_N\,\vec{v}_N$



Uvažme dále, **jaké síly působí** na libovolný hmotný bod soustavy (například na druhý, viz obr.) :

1) od objektů vně soustavy – tzv. ***vnější síly*** ($\vec{F}_2^{\,E}$)

2) od ostatních hmotných bodů soustavy – tzv. ***vnitřní síly*** ($\vec{F}_{12}$, $\vec{F}_{32}$, $\vec{F}_{42}$, ….. , $\vec{F}_{N2}$)

Pro každý hmotný bod pak napíšeme Newtonovu pohybovou rovnici (v nějaké inerciální souřadné soustavě) :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_1 = \vec{F}_1^E + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41} + ... + \vec{F}_{N1}$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_2 = \vec{F}_2^E + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + \vec{F}_{42} + ... + \vec{F}_{N2}$$

$$\frac{d\vec{p}_3}{dt} = \vec{F}_3 = \vec{F}_3^E + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + \vec{F}_{43} + ... + \vec{F}_{N3}$$

$$\frac{d\vec{p}_4}{dt} = \vec{F}_4 = \vec{F}_4^E + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34} + ... + \vec{F}_{N4}$$

....

$$\frac{d\vec{p}_k}{dt} = \vec{F}_k = \vec{F}_k^E + \vec{F}_{1k} + \vec{F}_{2k} + \vec{F}_{3k} + ... + \vec{F}_{Nk}$$

....

$$\frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_N = \vec{F}_N^E + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_{3N} + ... + \vec{F}_{(N-1)N}$$

Dostáváme tak celkem N rovnic, které **všechny sečteme** dohromady (tj. sečteme všechny jejich levé strany a všechny jejich pravé strany) :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \frac{d\vec{p}_3}{dt} + ... + \frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_1^E + \vec{F}_2^E + \vec{F}_3^E + ... + \vec{F}_N^E + \sum_{j=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{N} \vec{F}_{jk}$$

Poslední člen na pravé straně je formálně zapsaný **součet všech vnitřních sil** v naší soustavě hmotných bodů.

Podle 3. Newtonova zákona ke **každé** jednotlivé **vnitřní síle** v tomto součtu vždy existuje její stejně veliká a opačně orientovaná **reakce** (viz obr.) :

$$\vec{F}_{jk} = -\vec{F}_{kj}$$

Součet těchto dvou sil je tedy vždy nulový :

$$\vec{F}_{jk} + \vec{F}_{kj} = 0$$

Protože nezáleží na pořadí sčítanců, můžeme si představit, že sečtení všech vnitřních sil se uskuteční právě po těchto dvojicích , což vede k jednoznačnému výsledku celého tohoto součtu :

$$\boxed{\sum_{j=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{N} \vec{F}_{jk} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{N} (\vec{F}_{jk} + \vec{F}_{kj}) = 0}$$

součet všech vnitřních sil je nulový

Protože **vnitřní síly** soustavy hmotných bodů ve většině případů **neznáme** a pro jejich velký počet ani nelze počítat s jejich například změřením, potom jejich výsledná „nulovost“ vlastně otevírá **jedinou možnou cestu** , jak pokračovat v řešení naší „součtové rovnice“ , která má nyní výrazně zjednodušenou pravou stranu :

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} + \frac{d\vec{p}_3}{dt} + \ldots + \frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_1^E + \vec{F}_2^E + \vec{F}_3^E + \ldots + \vec{F}_N^E$$

Jestliže definujme nové fyzikální veličiny :

$$\boxed{\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots + \vec{p}_N = \sum_{k=1}^{N} \vec{p}_k = \sum_{k=1}^{N} m_k \vec{v}_k = \sum_{k=1}^{N} m_k \frac{d\vec{r}_k}{dt}}$$

celková hybnost soustavy

$$\boxed{\vec{F}^E = \vec{F}_1^E + \vec{F}_2^E + \vec{F}_3^E + \ldots + \vec{F}_N^E = \sum_{k=1}^{N} \vec{F}_k^E}$$

výsledná vnější síla

Potom po úpravě levé strany rovnice, za použití základních pravidel o derivaci (součtu funkcí), vznikne velmi jednoduchý vztah, podobný „obyčejné“ pohybové rovnici pro (jeden) hmotný bod :

$$\boxed{\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^E}$$

1. věta impulzová

Slovní vyjádření : ***Časová změna celkové hybnosti soustavy hmotných bodů (za jednotku času) je rovna výsledné vnější síle.***

Nebo jinak : ***Změnu celkové hybnosti soustavy je možno dosáhnout pouze pomocí vnějších sil, tj. sil působících z okolí soustavy.***

Tedy **jakkoliv velké síly vnitřní** (***jakékoliv povahy*** – mechanické, elektromagnetické, chemické, …a ***jakéhokoliv charakteru*** – síly působící pomalu, rychle, explosivně,…) **nikdy nedokážou změnit celkovou hybnost soustavy** (i když samozřejmě změní jednotlivé hybnosti hmotných bodů).

Pozn. : Nezapomeňme, že tento významný a jednoduchý teoretický vztah byl dosažen jen díky platnosti **třetího Newtonova zákona** - zákona akce a reakce.

Bohužel **formální jednoduchost** **první impulzové věty** je „vykoupena“ **komplikovaností veličin** na obou stranách rovnice (jsou tvořeny součtem obrovského počtu jednotlivých členů – u reálných těles řádu Avogadrova čísla) , a proto také **není ihned zřejmé, jaký je její praktický význam**.

Situace se více vyjasní teprve po zavedení pojmu **hmotný střed (těžiště)** soustavy :

Uvažme, že v 1. větě impulzové jsou vlastně *všechny vnější síly* nahrazeny **jedinou výslednou silou** - a *všechny hybnosti soustavy* nahrazuje **jediná výsledná hybnost** .

Pokusme se proto také *všechny hmotné body* nahradit **jediným hmotným bodem** , kterému bychom přiřadili výslednou hybnost a ve kterém by bylo působiště výsledné síly.

Tento myšlený hmotný bod - ***hmotný střed (těžiště) soustavy*** – který bude „reprezentovat" celou soustavu hmotných bodů, musí mít rovněž definovanou svoji hmotnost - jistě ji položíme rovnou celkové hmotnosti všech hmotných bodů soustavy :

$$\boxed{m_o = m = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_N = \sum_{k=1}^{N} m_k}$$

hmotnost těžiště

Jestliže dále označíme :

$$\boxed{\vec{r}_o}$$

poloha (průvodič) *těžiště*

Pak můžeme stanovit rychlost těžiště jako derivaci jejího průvodiče :

$$\boxed{\vec{v}_o = \frac{d\vec{r}_o}{dt}}$$

rychlost *těžiště*

Také hybnost těžiště můžeme standardně podle definice vyjádřit jako :

$$\boxed{\vec{p}_o = m \cdot \vec{v}_o = m \frac{d\vec{r}_o}{dt}}$$

hybnost těžiště

A podle výchozí úvahy se tato hybnost musí rovnat celkové hybnosti soustavy :

$$\boxed{\vec{p}_o = \vec{P}}$$

hybnost těžiště je rovna celkové hybnosti

Po dosazení na obou stranách :

$$m \frac{d\vec{r}_o}{dt} = \sum_{k=1}^{N} m_k \frac{d\vec{r}_k}{dt}$$

A použitím základních pravidel o derivacích dostaneme rovnici :

$$\frac{d}{dt} m \vec{r}_o = \frac{d}{dt} \sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}_k$$

Z rovnosti derivací pak plyne rovnost funkcí – ale až na libovolnou konstantu :

$$m \vec{r}_o = \sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}_k + konst$$

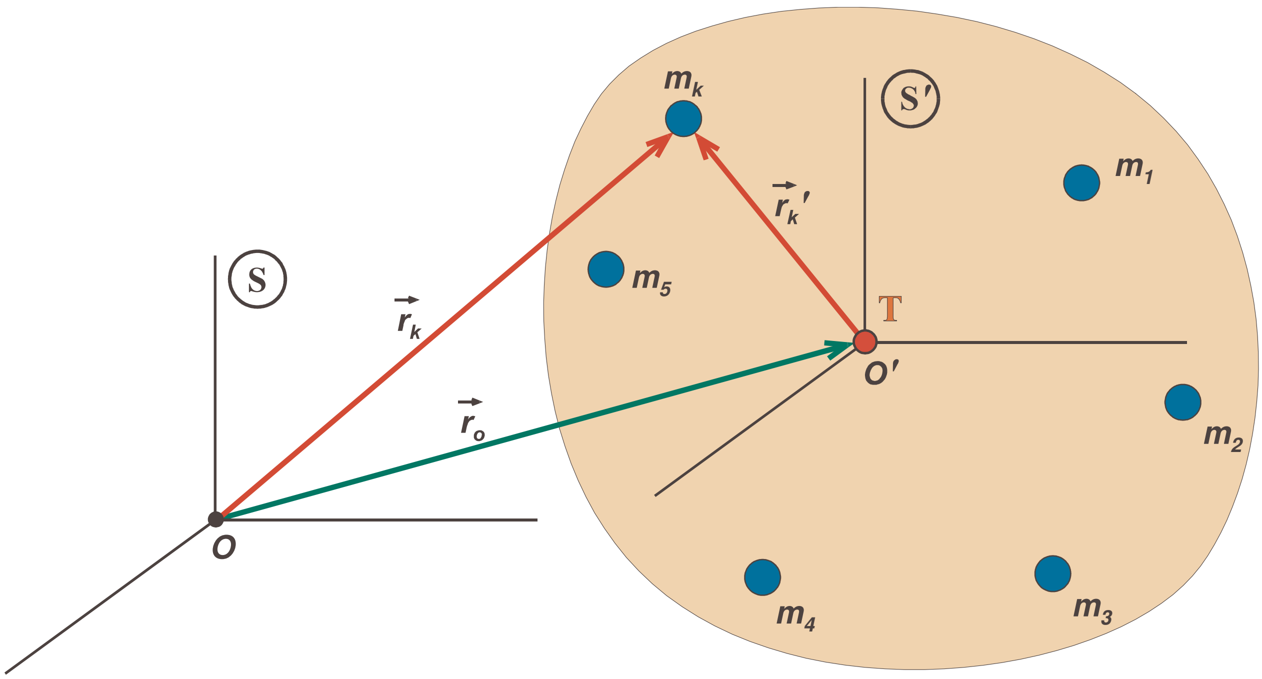
Při standardní volbě **nulové konstanty** pak obdržíme běžně používaný vztah pro polohu hmotného středu (těžiště) soustavy hmotných bodů :

$$\boxed{\vec{r}_o = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}_k}$$

poloha hmotného středu (těžiště) soustavy

Původně **libovolná konstanta** vlastně znamenala, že za působiště výsledné síly by bylo možno považovat **jakýkoliv bod** v prostoru, ale volba nulové konstanty přináší následující **význačnou vlastnost** těžiště soustavy hmotných bodů :

K jejímu objasnění použijeme tzv. ***těžišťovou soustavu*** souřadnic (můžeme ji označit S'), tj. takovou soustavu kartézských os, jejíž počátek O' položíme právě do těžiště soustavy hmotných bodů (viz obr.) :



V této vztažné soustavě je ale průvodič těžiště nulový :

$$0 = \vec{r}\,'_o = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}\,'_k$$

A tedy platí (po vynásobení rovnice hmotností) :

$$\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}\,'_k = 0$$

Nyní ještě vynásobíme sumu vektorově zprava - tj. každý její člen - vektorem tíhového zrychlení :

$$\sum_{k=1}^{N} m_k \vec{r}\,'_k \times \vec{g} = 0$$

A po přesunu skaláru ve vektorovém součinu vznikne už velmi názorný vztah :

$$\sum_{k=1}^{N} \vec{r}_k\,' \times m_k \vec{g} \;=\; 0$$

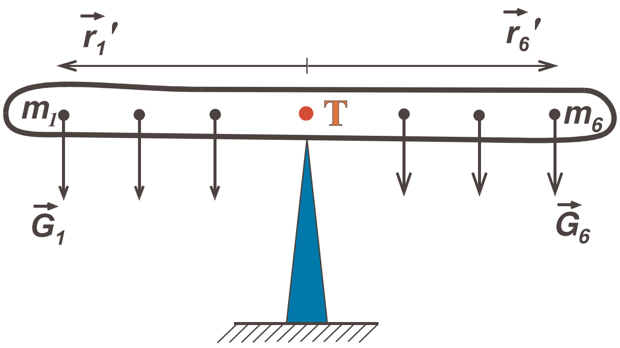
Protože součiny tíhového zrychlení a hmotností jednotlivých bodů jsou **tíhy** těchto hmotných bodů, můžeme nakonec napsat :

$$\boxed{\sum_{k=1}^{N} \vec{r}_k\,' \times \vec{G}_k \;=\; 0}$$

rovnováha momentů tíhových sil vzhledem k těžišti

Tento vztah znamená, že **součet momentů tíhových sil** všech hmotných bodů soustavy vzhledem k těžišti je **nulový** . Tíhové (gravitační) síly jsou vnější síly dané soustavy a dostáváme tak jednu z podmínek klidové ***rovnováhy tělesa*** (viz následující kapitola „Aplikace impulsových vět“).

Jak v následující kapitole dále uvidíte, je druhou podmínkou rovnovážného stavu ještě rovnováha působících sil, tedy **nulový součet všech vnějších sil** , což se dá zajistit **podepřením** tělesa v těžišti (nebo jeho zavěšením v těžišti - uvažte, že tím se nezmění nulovost momentů) - pak soustava hmotných bodů (těleso) musí zůstat v **klidu** (viz obr.).



Těžiště je tak „***rovnovážným bodem***“ tělesa, proto můžeme do něj jednoduše **umístit** vektor (celkové) **tíhy tělesa** jako výslednice gravitačních tíhových sil působících na všechny body tělesa – a to **bez dodatečného** silového momentu (ten bychom museli přidat při umístění tíhy do nějakého jiného bodu - viz opět následující kapitola). Tedy :

Těžiště tělesa je nejjednodušší působiště gravitační tíhy tělesa.

A také : **Těžiště je „rovnovážným bodem“ tělesa.**

Dále uvažme : jestliže jsme definovali **těžiště** jako hmotný bod, ve kterém je soustředěna **hmotnost** celé soustavy hmotných bodů, jehož **hybnost** je rovna celkové hybnosti a na který působí **výslednice** vnějších sil - potom 1. věta se stává také ***pohybovou rovnicí*** tohoto hmotného bodu - tedy těžiště soustavy :

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d\vec{p}_o}{dt} = \vec{F}^E$$

Nebo zapsáno pomocí polohového vektoru těžiště :

$$\boxed{m \cdot \frac{d^2\vec{r}_o}{dt^2} = \vec{F}^E}$$

pohybová rovnice těžiště

Slovní vyjádření : ***Těžiště se pohybuje jako hmotný bod o hmotnosti celé soustavy, na který působí výsledná vnější síla.***

Vyřešením této pohybové rovnice potom **můžeme získat dráhu těžiště** soustavy hmotných bodů (případně jeho okamžitou rychlost a zrychlení).

Dráha jediného bodu, byť bodu význačného, nemůže ovšem popsat obecně složitý pohyb celé soustavy - kromě **specifického případu** , když by se **všechny hmotné body** soustavy pohybovaly **stejným způsobem** (stejnou rychlostí) na geometricky **stejných drahách** jako **těžiště**.

Takový pohyb soustavy hmotných bodů (tělesa) je pak zcela určen pohybem těžiště a označuje se jako **posuvný pohyb – translace** tělesa. Můžeme tedy konstatovat :

První věta impulzová, jako pohybová rovnice těžiště, určuje translaci soustavy hmotných bodů.

Nebo jinak : **První impulzová věta je „pohybovou rovnicí translace“.**

Dráhy hmotných bodů tělesa (a těžiště) mohou být při translaci jak **přímočaré** (např. vozidlo pohybující se na přímé dráze), tak i **křivočaré** (např. zavěšené lodičky na Ruském kole, balistické kyvadlo, kurzor počítačové myši na obrazovce).

Obecně je ale pohyb těles složitější než pouhá translace : Všimněme si například automobilu jedoucího po silnici – jeho těžiště přitom sice sleduje tvar silnice - pohybuje se tedy po nějaké spojité křivce dráhy , která určuje možnou translaci, ale auto jako celek rozhodně translaci nekoná, neboť jeho natáčení při změnách směru jízdy je vlastně „lokální“ rotační pohyb .

S využitím znalostí o geometrii křivek lze průjezd auta zatáčkou popsat jako rotaci kolem svislé osy , která prochází středem příslušné oskulační kružnice (křivky **dráhy těžiště**). Tento popis nám sice zjevně ukazuje zásadně důležitou spojitost translačního pohybu (těžiště) s pohybem rotačním, ale jeho matematické vyjádření by bylo velmi komplikované .

Pozn. : Neboť kromě dráhy těžiště bychom museli stanovit ještě „dráhu“ středu oskulační kružnice, která by asi přinesla nějaké potíže, například svou nespojitostí (v inflexních bodech dráhy těžiště), a rozhodně by neplatil základní tvar rovnice pro rotaci kvůli neinerciální soustavě souřadnic spojené se středem oskulační kružnice.

Naštěstí je ale také možné si namísto této „skutečné rotace“ **představit** , že automobil v zatáčce koná **translační pohyb** (daný pohybem těžiště) a přitom se **současně** natáčí - tj. **rotuje** - kolem svislé osy, která **prochází těžištěm** .

Ukazuje se, že takový „ **rozklad obecného pohybu** “ (pevného) tělesa na **translaci** (danou pohybem těžiště) a **rotaci** (kolem osy jdoucí těžištěm) je **vždy proveditelný** - u nejsložitějších prostorových pohybů je samozřejmě dráha těžiště tvořena 3-rozměrnou křivkou a směr rotační osy je obecně odlišný v každém místě této dráhy .

Obecný pohyb tělesa je složený z translace a rotace kolem osy jdoucí těžištěm.

Pozn. : Nahrazení rotační osy jdoucí středem oskulační kružnice myšlenou osou v těžišti je přitom jistě velmi výhodná, neboť u obecného křivočarého pohybu se poloha středu oskulační kružnice i její poloměr neustále mění. Matematický důkaz nezávislosti této rotace na translaci a z toho plynoucí jednoznačnosti rozkladu obecného pohybu je proveden v následující kapitole.

Naše **první impulzová věta** jako „**pohybová rovnice translace**“ tedy popisuje pouze „jednu část“ obecného pohybu soustavy hmotných bodů (tělesa).

To znamená, že pro popis „druhé části“ obecného pohybu soustavy - pohybu rotačního - bude ještě nutno sestavit nějakou analogickou „**pohybovou rovnici rotace**“.

Neměl by to být zásadně obtížný úkol, protože jsme již dříve, v kapitole „Dynamika hmotného bodu“ odvodili tzv. **pohybovou rovnici pro rotaci** jednoho hmotného bodu :

$$\boxed{\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{M}}$$

Tato rovnice jistě platí pro **libovolný hmotný bod** soustavy, uvědomme si tedy nejprve, jak máme formálně přesně definovat moment jeho hybnosti a moment síly , která na něj působí :

$$\boxed{\vec{b}_k = \vec{r}_k \times \vec{p}_k = \vec{r}_k \times m_k \vec{v}_k = \vec{r}_k \times m_k \frac{d\vec{r}_k}{dt}}$$

moment hybnosti k-tého bodu soustavy

$$\boxed{\vec{M}_k = \vec{r}_k \times \vec{F}_k}$$

moment síly působící na k-tý bod soustavy

Pohybovou rovnici pro rotaci nyní napíšeme pro <u>každý hmotný bod</u> soustavy (v nějaké inerciální soustavě souřadnic) a stejně jako při odvození první impulzové věty rozdělíme působící sílu na vnitřní a vnější :

$$\frac{d\vec{b}_1}{dt} = \vec{M}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1 = \vec{r}_1 \times (\vec{F}_1^E + \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + ... + \vec{F}_{N1}) = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1^E + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{21} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{31} + ...$$

$$\frac{d\vec{b}_2}{dt} = \vec{M}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2 = \vec{r}_2 \times (\vec{F}_2^E + \vec{F}_{12} + \vec{F}_{32} + ... + \vec{F}_{N2}) = \vec{r}_2 \times \vec{F}_2^E + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{12} + \vec{r}_2 \times \vec{F}_{32} + ...$$

$$\frac{d\vec{b}_3}{dt} = \vec{M}_3 = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3 = \vec{r}_3 \times (\vec{F}_3^E + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} + ... + \vec{F}_{N3}) = \vec{r}_3 \times \vec{F}_3^E + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{13} + \vec{r}_3 \times \vec{F}_{23} + ...$$

$$\frac{d\vec{b}_4}{dt} = \vec{M}_4 = \vec{r}_4 \times \vec{F}_4 = \vec{r}_4 \times (\vec{F}_4^E + \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + ... + \vec{F}_{N4}) = \vec{r}_4 \times \vec{F}_4^E + \vec{r}_4 \times \vec{F}_{14} + \vec{r}_4 \times \vec{F}_{24} + ...$$

……….

$$\frac{d\vec{b}_k}{dt} = \vec{M}_k = \vec{r}_k \times \vec{F}_k = \vec{r}_k \times (\vec{F}_k^E + \vec{F}_{1k} + \vec{F}_{2k} + ... + \vec{F}_{Nk}) = \vec{r}_k \times \vec{F}_k^E + \vec{r}_k \times \vec{F}_{1k} + \vec{r}_k \times \vec{F}_{2k} + ...$$

……….

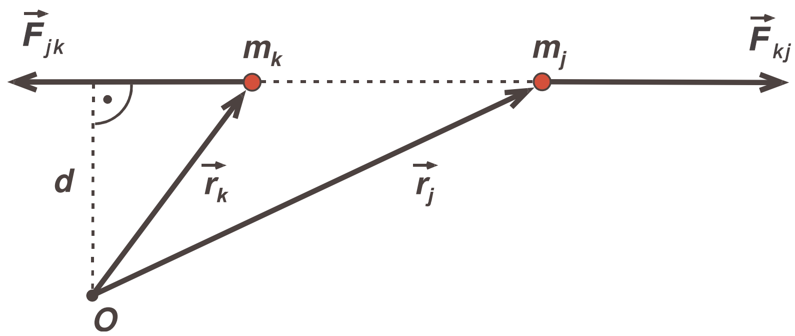
$$\frac{d\vec{b}_N}{dt} = \vec{M}_N = \vec{r}_N \times \vec{F}_N = \vec{r}_N \times (\vec{F}_N^E + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_{2N} + ... + \vec{F}_{(N-1)N}) = \vec{r}_N \times \vec{F}_N^E + \vec{r}_N \times \vec{F}_{1N} + \vec{r}_1 \times \vec{F}_{2N} + ...$$

Dostáváme tak celkem N rovnic, které opět <u>všechny sečteme</u> dohromady :

$$\frac{d\vec{b}_1}{dt} + \frac{d\vec{b}_2}{dt} + \frac{d\vec{b}_3}{dt} + ... + \frac{d\vec{b}_N}{dt} = \vec{r}_1 \times \vec{F}_1^E + \vec{r}_2 \times \vec{F}_2^E + \vec{r}_3 \times \vec{F}_3^E + ... + \vec{r}_N \times \vec{F}_N^E + \sum_{j=1}^{N} \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^{N} \vec{r}_k \times \vec{F}_{jk}$$

Poslední člen na pravé straně je formálně zapsaný ***<u>součet momentů všech vnitřních sil</u>*** v naší soustavě hmotných bodů. Tento součet je stejně **<u>nulový</u>** , tak jako byl nulový součet všech vnitřních sil, neboť ke <u>každému momentu</u> nějaké jednotlivé vnitřní síly <u>existuje stejně veliký</u> a opačně orientovaný moment její reakce (pokuste se dokázat s využitím obrázku) :

$$\vec{r}_k \times \vec{F}_{jk} \;=\; \vec{r}_j \times \vec{F}_{kj}$$



Součtová rovnice se tedy zjednoduší na tvar :

$$\frac{d\vec{b}_1}{dt}+\frac{d\vec{b}_2}{dt}+\frac{d\vec{b}_3}{dt}+....+\frac{d\vec{b}_N}{dt}=\vec{r}_1\times\vec{F}_1^E+\vec{r}_2\times\vec{F}_2^E+\vec{r}_3\times\vec{F}_3^E+....+\vec{r}_N\times\vec{F}_N^E$$

Jestliže dále nově definujeme celkový moment hybnosti soustavy hmotných bodů a výsledný moment všech vnějších sil jako :

$$\boxed{\vec{B}=\vec{b}_1+\vec{b}_2+\vec{b}_3+\vec{b}_4+....+\vec{b}_N=\sum_{k=1}^{N}\vec{b}_k=\sum_{k=1}^{N}\vec{r}_k\times m_k\frac{d\vec{r}_k}{dt}}$$

celkový moment hybnosti

$$\boxed{\vec{M}^E=\vec{r}_1\times\vec{F}_1^E+\vec{r}_2\times\vec{F}_2^E+\vec{r}_3\times\vec{F}_3^E+.....+\vec{r}_N\times\vec{F}_N^E=\sum_{k=1}^{N}\vec{r}_k\times\vec{F}_k^E}$$

výsledný moment vnějších sil

Potom za použití základních pravidel o derivaci vznikne z naší součtové rovnice další velmi důležitý vztah, na první pohled dosti podobný „obyčejné“ rovnici pro rotaci (jednoho) hmotného bodu - to je dobré pro zapamatování, ale nepřehlédněte odlišnosti :

$$\boxed{\frac{d\vec{B}}{dt}=\vec{M}^E}$$

2. věta impulzová

Slovní vyjádření : ***Časová změna celkového momentu hybnosti soustavy hmotných bodů je rovna výslednému momentu vnějších sil.***

Podle první věty již víme, že jakkoliv veliké **vnitřní síly** (jakékoliv povahy a jakéhokoliv charakteru) **nikdy nedokážou změnit celkovou hybnost soustavy** - a nyní také vidíme, že tyto síly **nedokážou změnit ani celkový moment hybnosti soustavy** (i když samozřejmě změní jednotlivé momenty hybnosti hmotných bodů).

Nalezený vztah – **druhá věta impulzová** - má zásadní důležitost zejména při zkoumání **rotačního pohybu** soustav hmotných bodů, přičemž v případě rotace tuhého tělesa kolem pevné osy lze levou stranu rovnice ještě výrazně zjednodušit (viz kapitola „Dynamika tuhého tělesa“).

Její konkrétní použití pro popis rotace jako druhé části obecného pohybu soustav hmotných bodů pak bude specifikováno v následující kapitole „Aplikace impulzových vět“.

Můžeme tedy zjednodušeně tvrdit :

Druhá impulzová věta je „pohybovou rovnicí rotace“.

Uvědomme si závěrem, že jak 2. větu impulzovou – tak i 1.větu – jsme získali díky platnosti třetího Newtonova zákona (akce a reakce) a že platí v libovolné inerciální vztažné soustavě souřadnic .

Obě impulzové věty jsou tedy invariantní (neměnné) vzhledem ke Galileově transformaci – jak jinak, vždyť byly odvozeny přímo z Newtonových pohybových rovnic.

---

konec kapitoly **K. Rusňák, verze 03/2006**

rev. 02/2007