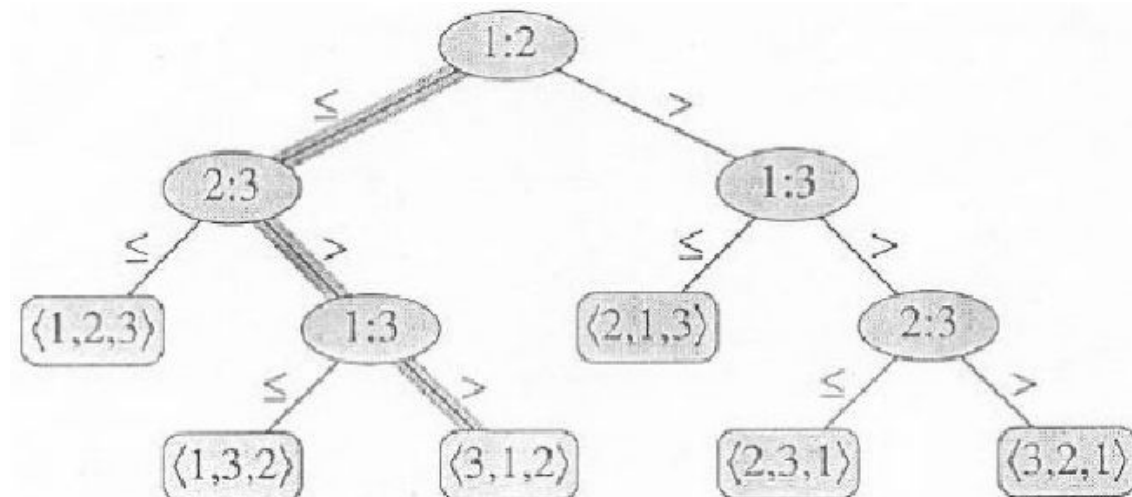


# Dolní omezení pro porovnávací řazení

Z FAV wiki

Celkem HC otázka, asi nejtěžší z PPA, kvůli matematice, kterou my programátoři moc nemusíme (kdo říká, že to není pravda, tak lže sám sobě, nebo neumí programovat s tím, co je k dispozici a vše si musí do podrobně analyzovat)

Zkoumejme dolní omezení počtu porovnání  $T(n)$  pro porovnávací algoritmy řazení.



Předpokládejme, že všechny prvky posloupnosti  $a_1, a_2, \dots, a_n$  jsou různé. Porovnávací řazení můžeme znázornit rozhodovacím stromem. Ve vnitřních vrcholech jsou prvky, které algoritmus porovnává a v listech je permutace všech prvků původní posloupnosti, která je seřazena.

Příklad rozhodovacího stromu pro řazení vkládáním tří prvků: Jakykoliv 100% správný algoritmus (brutální síla) musí vytvořit každou z  $n!$  permutací prvků původní posloupnosti a zjistit, která je seřazená. Každou z takových permutací umístíme do stromu, ve kterém je v kořenech naznačeno porovnání, kterým se k permutacím dostaneme.

Nejhorším případem počtu porovnání vykonaných algoritmem řazení je nejdelší cesta od kořene stromu k listu, je tedy rovna výšce stromu  $T(n) = h$ .

Nyní musíme najít dolní omezení všech rozhodovacích stromů. Necht' rozhodovací strom o výšce  $h$  má  $l$  listů, potom  $l = 2^h$  (binární strom má maximálně  $2^h$  listů). Současně listů musí být alespoň tolik, kolik je permutací, tedy  $n! = l$ . Potom  $n! = 2^h$  a po logaritmování (zjištění délky cesty, každá vrstva  $x$  grafu má  $2^x$  možných cest ( $2^x$  listů), takže číslo vrstvy a tedy i délka ke kořeni je funkce inverzní, tedy  $\log_2 x$ )

$\log_2(n!) = \log_2 2^h = h \log_2 2 = h * 1 = h = \text{počet porovnání, kterým se dostaneme k permutaci}$

Použitím aproximace  $(n/e)^n = n!$  je

$\log_2(n!) = n * \log_2(n/e) = \log_2 n^n - n * \log_2 e$ ,

čím dostáváme dolní omezení pro nejhorší případ  $\Omega(n * \log_2 n)$ . ( $n * \text{konstanta} = n$ )

Protože pro řazení haldou a slučováním jsou shora omezeny časem výpočtu  $\Omega(n * \log_2 n)$ , jsou tato řazení asymptoticky optimální.

Citováno z „[http://www.512.cz/index.php?title=Doln%C3%AD\\_omezen%C3%AD\\_pro\\_porovn%C3%A1vac%C3%AD\\_%C5%99azen%C3%AD](http://www.512.cz/index.php?title=Doln%C3%AD_omezen%C3%AD_pro_porovn%C3%A1vac%C3%AD_%C5%99azen%C3%AD)“

Kategorie: Fav-kiv-bzinf

- Stránka byla naposledy editována 20. 2. 2014 v 06:36.
- Stránka byla zobrazena 754krát.